COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 15 SEPTEMBRE 1845.

PRÉSIDENCE DE M. MATHIEU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ÉCONOMIE RURALE. — *Deuxième Note sur la maladie des pommes de terre; par* M. PAYEN.

« En communiquant dans la séance précédente les résultats de mes premières observations sur les altérations de la pomme de terre, j'avais laissé incertaine une question importante.

» J'ai indiqué l'apparence de sporules dans une matière granuleuse, l'odeur spéciale analogue à celle qu'exhalent les champignons du pain, les réactions chimiques qui concouraient à signaler, parmi les tissus des tubercules, une végétation cryptogamique; mais l'observation directe des formes appartenant à ces organismes manquait: en leur absence, il n'était pas permis de conclure.

» La difficulté sur ce point était grande, car elle avait arrêté quelques-uns des observateurs parmi les plus habiles, et je ne sache pas qu'aucun l'ait encore vaincue.

» Ces circonstances m'ont décidé à essayer l'emploi de tous les moyens d'investigation qui m'avaient permis de discerner la nature et la composi-

tion de certains organismes au milieu des tissus, moyens qui sont décrits dans les Mémoires que j'ai réunis sous le titre de : *Développement des végétaux*.

» La plupart de ces procédés ont atteint le but; j'indiquerai seulement ici celui d'entre eux qu'il est le plus facile de répéter et dont l'analyse élémentaire a déjà contrôlé les résultats.

» On soumet à la coction dans l'eau un des tubercules attaqués ; la température de 100 degrés est maintenue durant trois heures environ.

» Au bout de ce temps, on peut remarquer un phénomène curieux : dans toutes les parties saines, le gonflement des graines de fécule, donnant aux cellules des formes arrondies, détruit leur adhérence, et on les peut séparer les unes des autres par un léger frottement.

» Il n'en est pas de même des cellules comprises dans les portions du tissu envahies par la matière rousse qui signale les progrès de la maladie : ici les cellules, malgré le gonflement semblable de leur fécule, restent solidaires, surtout sur les points où la nuance est plus foncée et qui sont moins translucides ; on isole donc sans peine ces tissus qui résistent, du tissu normal qui s'égrène. Lorsque toutes les parties agglomérées sont ainsi obtenues, on les désagrége par une trituration ménagée sous l'eau.

» On élimine ensuite la fécule (abondante surtout dans les cellules de couleur plus foncée) en faisant réagir sur la masse, durant quatre heures, cinq ou six fois son volume d'eau aiguisée d'un centième d'acide sulfurique.

» Il est facile de s'assurer alors qu'il ne reste plus de fécule colorable par l'iode en ajoutant une goutte de ce réactif étendu, sur quelques gouttes du mélange préalablement refroidi.

» On enlève tout l'acide et les sels solubles par des lavages à grande eau sur un filtre, et la substance pulpeuse se prête dès lors à toutes les observations microscopiques comme à l'analyse élémentaire.

» En effet, la fécule étant enlevée et la matière granuleuse dispersée, on trouve un grand nombre de cellules nettes et transparentes, dans lesquelles on aperçoit distinctement, sous une amplification de 500 à 800 diamètres, le mode de pénétration et l'arrangement des parties du champignon parasite qui se sont le plus avancées de la périphérie vers le centre des tubercules. Le croquis ci-joint, que j'en ai tracé sous le microscope, en donne une idée assez exacte.

» Le lacis inscrit concentriquement à la cellule doit son origine à quelques filaments qui ont pénétré au travers des parois et sont anastomosés ou croisés avec d'autres filaments remplissant le même rôle dans les cellules voisines.

» Quelques gouttes de solution aqueuse d'iode laissent incolore la cellule, comme sa paroi interne, et montrent ainsi que la cellulose est restée, tandis que la matière organique azotée et la substance grasse ont disparu, absorbées sans doute par le champignon.

» Celui-ci, sous l'influence du réactif, acquiert une nuance plus foncée virant au jaune qui accentue plus fortement ses traits.

» L'addition d'une goutte d'acide sulfurique à 60 degrés complète ces phénomènes, en offrant une jolie vue microscopique : alors, les parties de la fécule non dissoutes par l'eau acidulée, mais trop fortement agrégées pour être sensibles à l'iode, se désagrégent au contact de l'acide plus concentré, puis on les voit se teindre aussitôt en beau bleu indigo au milieu des lacis filamenteux de couleur jaune orangé, qui enveloppaient tous les grains de fécule.

» Afin de constater s'il existait des rapports de composition élémentaire entre ce champignon et ceux que j'avais précédemment analysés, j'entrepris de déterminer la proportion d'azote qu'il contenait. Voici les nombres de l'analyse :

» Substance employée, 99 milligrames ; volume de l'azote, $6^{cc},62$; pression atmosphérique, 75,95 ; température, $+ 20^{o},5$; d'où l'on conclut 7,56 d'azote pour 100. Déduisant les cendres ou 0,03 de la substance, on obtient 7,8 d'azote pour 100 ; défalquant enfin les cellules et les traces d'amidon représentant, d'après une analyse immédiate, 0,20, on trouve que la matière organique du champignon renferme 9,75 d'azote pour 100. Or, le champignon de couche en contient 9,78. Cette composition se rapproche beaucoup aussi de celle de plusieurs cryptogames microscopiques.

» Nous venons de voir que les cellules envahies par les portions avancées du champignon sont remplies de grains de fécule normale, enserrés dans les mailles du réseau qui s'est développé à l'intérieur ; mais entre ces parties plus pénétrantes et l'épiderme, qui ne contient jamais d'amidon, non plus que le tissu herbacé, se trouve une couche plus ou moins épaisse de tissu, offrant des cellules plus ou moins complétement vidées de leurs grains de fécule : on comprend donc que, suivant les couches altérées soumises au microscope, plusieurs observateurs aient réellement constaté l'abondance des grains de fécule à l'état normal ; tandis que d'autres, non moins exacts, ont pu remarquer, dans les couches altérées, un grand nombre de cellules dans lesquelles la proportion de fécule avait diminué.

» Cette distinction une fois établie, j'ai cherché les causes des deux états différents des tissus envahis, ainsi que la nature de l'altération éprouvée par

la fécule. Sur ces deux points encore, je crois avoir résolu le problème.

» Il suffit de couper en tranches minces les portions de tissu dans lesquelles la fécule amylacée diminue, pour suivre les progrès d'une altération remarquable, dont voici les phases successives :

» D'abord la substance organique azotée, qui était appliquée sur la paroi interne de chaque cellule, s'en détache et forme une sorte de sac renfermant les grains de fécule : ceux-ci sont encore à l'état normal.

» Bientôt ils diminuent, et dès lors plusieurs altérations se prononcent : attaqués sur un des points de leur superficie, leur substance interne se désagrége et se dissout ; les parois de la cavité sont sillonnées de fentes irrégulières qui graduellement deviennent plus profondes.

» La substance comprise entre ces érosions se détache, disloque chacun des grains, à mesure que leurs parties dissoutes sont absorbées.

» Le volume total des débris amylacés diminue, l'enveloppe détachée se rétrécit et s'amincit peu à peu, prenant part, elle-même, à la dissolution.

» Presque toute la cavité de la cellule se trouve vidée; le sac, réduit à un très-petit volume, contient seulement quelques fragments irréguliers, arrondis, de matière féculente.

» Enfin presque tout disparaît, il ne reste que la chambre cellulaire diaphane et vide.

» Parfois quelques grains de fécule, attaqués à la fois sur un grand nombre de points de leur périphérie, se dissolvent concentriquement, couche par couche ; alors il arrive que le noyau amylacé, qui s'était formé, en dernier lieu, autour de l'axe du grain, est mis en liberté. Ce mode d'action est bien moins fréquent que le premier. On peut voir quelques exemples des altérations de la fécule dans les croquis que je présente à l'Académie.

» Toutes ces observations sont délicates, sans doute, mais elles n'offrent aucune difficulté sérieuse ; chacun peut les répéter, en s'aidant de la solution d'iode, pour mieux discerner les granules de matière amylacée qui bleuissent, et la diminution des matières azotées qui se colorent en jaune orangé.

» On remarquera, avec un peu moins de facilité, des filaments entre les cellules contenant des séries de gouttelettes huileuses, analogues aux prolongements des champignons du pain ; l'addition d'une goutte d'acide sulfurique à 66 degrés, dissolvant la cellulose, rendra libres et nettement perceptibles ces guttules huileuses solubles dans l'éther.

» Enfin, on parviendra à retrouver des filaments introduits dans les cellules ; ici la difficulté est très-notable, car les enveloppes doubles ou triples, formées par les parois cellulaires et leur sorte de sac interne, concourent à

les cacher ; on les peut retrouver cependant; mais il faut encore modérer la lumière, car ils sont d'une transparence et d'une ténuité extrêmes.

» Le croquis de la deuxième figure montre l'aspect d'une cellule presque entièrement vidée, ainsi que les prolongements filamenteux accidentellement dégagés.

» Ces observations nouvelles nous semblent mettre en évidence la cause principale et les effets variés de l'altération des pommes de terre que nous allons résumer en peu de mots.

» Une végétation cryptogamique toute spéciale, se propageant, sans doute, des tiges aériennes aux tubercules, en est l'origine.

» Le champignon microscopique, dont les sporules ont suivi le liquide infiltré autour des parties corticales surtout, avance vers la partie médullaire et se développe dans les cellules en filaments anastomosés qui s'emparent de la substance organique quaternaire et oléiforme, s'appuyant sur la fécule qu'ils enferment dans leurs mailles.

» Traversant d'ailleurs les méats intercellulaires d'une cellule à l'autre, ils s'entre-croisent et rendent solidaires les parties du tissu qu'ils envahissent; ils les retiennent consistants malgré la cuisson dans l'eau à une température de 100 degrés. Les prolongements byssoïdes dirigés vers la périphérie vont au travers des parois des cellules attaquer toutes les matières assimilables qu'elles renferment, azotées, huileuses et amylacées; la fécule graduellement désagrégée, dissoute et absorbée, présente une série d'altérations rapides et nouvelles dans l'histoire de ce principe immédiat.

» A l'ensemble de ces faits on reconnaît donc l'action d'une énorme végétation parasite qui s'empare d'une portion des tissus vivants de la pomme de terre, se logeant dans les uns, puisant dans les autres toutes les substances assimilables qu'ils renferment.

» Telle est la forme de la maladie importée chez nous sans doute par les sporules du champignon spécial, dont l'humidité et la température ont dû hâter les développements.

» Quant à plusieurs autres symptômes, ils sont secondaires évidemment : on conçoit en effet que le terme de la vie des premiers champignons développés arrive bientôt; qu'alors toutes les causes de destruction agissant sur eux, ils perdent leur consistance et laissent les tissus se désagréger; des animalcules attaquent ces débris et désagrégent les cellules; à son tour, la fermentation putride entraîne la destruction des animalcules et augmente toutes les altérations de l'organisme végétal.

» Et cependant un grand nombre des grains de fécule, non attaqués directement par le champignon, résistent encore.

» A toutes ces causes successives, dépendantes les unes des autres, s'ajoutent souvent les diverses attaques accidentelles que nous avons rappelées.

» Quant aux déductions pratiques, nous n'avons rien à changer aux conclusions de la Note précédente, et nous serions toujours d'avis de recourir aux précautions qu'elles indiquent. Un fait observé par M. Caffin d'Orsigny a vérifié l'une d'elles : les pommes de terre attaquées par le champignon ont donné 14 centièmes de leur poids de fécule ayant une teinte grisâtre, tandis que les tubercules sains de la même localité produisirent pour 100 de leur poids 18 de fécule blanche.

» La pulpe lavée des premières était d'ailleurs très-riche en fécule et donna, dans une expérience, des sirops qui furent aisément transformés en alcool.

» Nous ajouterons, comme une déduction des nouvelles expériences, que la consistance des tissus envahis par le champignon, après la cuisson des tubercules, contribue à faire reconnaître à l'œil nu l'existence et les limites de l'altération spéciale; que ce caractère pourrait exercer une influence dans la digestion des tubercules altérés. Si l'on voulait apprécier cette influence, il conviendrait, soit de la ménager, soit de la détruire par un broyage convenable, dans deux séries d'expériences comparatives, sur lesquelles nous attendons les secours des sciences médicales.

» Jusqu'ici le parti le plus certain à tirer des tubercules attaqués consiste dans l'extraction de la fécule; on pourrait y joindre le traitement de la pulpe par la diastase ou l'acide sulfurique; enfin la substance organique des tissus non dissous dans ces dernières opérations, serait applicable à la préparation des pâtes à carton et papiers d'emballage. Ces résidus, pressés et séchés à l'air, se tiendraient facilement en réserve pour les fabriques qui les utiliseraient ultérieurement.

» Dans cette occurrence, notre pays est plus favorisé que les nations voisines, car l'altération des pommes de terre est moins développée chez nous, et les féculeries, nées en France, y sont plus répandues et mieux montées que partout ailleurs; elles sont depuis peu installées en Angleterre, où le fléau qui nous occupe a pris beaucoup de gravité.

» Je ne sais toutefois s'il est heureux pour nous que les produits, abondants encore, de nos cultures non atteintes fassent l'objet des exportations considérables qui se préparent. »

Remarques de M. **Francoeur**, *à l'occasion de la communication précédente.*

« M. Payen avait avancé, comme preuve de son opinion sur la maladie qui attaque les pommes de terre, qu'il avait vu un champ de cette culture tout à fait flétri par cette maladie qui, n'ayant pas eu encore le temps de gagner jusqu'aux tubercules, les avait laissés tout à fait sains.

» Je lui ai demandé s'il était certain que les feuilles et les tiges n'eussent pas été brûlées (c'est-à-dire desséchées) par un vent violent; et comme il a nié cet effet du vent, je lui ai cité ce que j'ai observé dans mon jardin, lors de l'ouragan du 19 août, qui m'a brisé ou renversé plusieurs arbres. Beaucoup de feuilles ont été brûlées, les fruits abattus à terre, etc.; et la preuve que c'est le vent qui a desséché ces feuilles, c'est que des haricots ramés, s'élevant à $2\frac{1}{2}$ mètres de hauteur, ont été ainsi brûlés du côté où venait le vent; tandis que du côté opposé, les haricots et les autres cultures, protégés par cette muraille de verdure épaisse de 2 mètres, ont conservé toutes leurs feuilles.

» Cela s'est passé en face de Dreveil, de l'autre côté de la Seine, à Châtillon, où j'ai ma maison de campagne; ce qui s'accorde avec ce qui a été inséré au *Compte rendu*, comme s'étant passé à Draveil. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le nombre des valeurs égales ou inégales que peut acquérir une fonction de* n *variables indépendantes, quand on permute ces variables entre elles d'une manière quelconque; par* M. **Augustin Cauchy**.

« Je m'étais déjà occupé, il y a plus de trente années, de la théorie des permutations, particulièrement du nombre des valeurs que les fonctions peuvent acquérir; et dernièrement, comme je l'expliquerai plus en détail dans une prochaine séance, M. Bertrand a joint quelques nouveaux théorèmes à ceux qu'on avait précédemment établis, à ceux que j'avais moi-même obtenus. Mais à la proposition de Lagrange, suivant laquelle le nombre des valeurs d'une fonction de n lettres est toujours un diviseur du produit $1.2.3\ldots n$, on avait jusqu'ici ajouté presque uniquement des théorèmes concernant l'impossibilité d'obtenir des fonctions qui offrent un certain nombre de valeurs. Dans un nouveau travail, j'ai attaqué directement les deux questions qui consistent à savoir : 1° quels sont les nombres de valeurs que peut acquérir une fonction de n lettres; 2° comment on peut effectivement former des fonctions pour lesquelles les nombres de valeurs distinctes soient

les nombres trouvés. Mes recherches sur cet objet m'ont d'ailleurs conduit à des formules nouvelles relatives à la théorie des suites, et qui ne sont pas sans intérêt. Je me propose de publier, dans les *Exercices d'Analyse et de Physique mathématique*, les résultats de mon travail avec tous les développements qui me paraîtront utiles; je demanderai seulement à l'Académie la permission d'en insérer des extraits dans le *Compte rendu*, en indiquant quelques-unes des propositions les plus remarquables auxquelles je suis parvenu.

ANALYSE.

§ I[er]. — *Considérations générales.*

» Soit Ω une fonction de n variables

$$x,\ y,\ z,\ldots.$$

Ces variables pourront être censées occuper, dans la fonction, des places déterminées; et, si on les déplace, en substituant les unes aux autres, la fonction Ω prendra successivement diverses valeurs

$$\Omega',\ \Omega'',\ \ldots,$$

dont l'une quelconque Ω' pourra être ou égale à Ω, quelles que soient les valeurs attribuées aux variables x, y, z, ... supposées indépendantes, ou généralement distincte de la valeur primitive Ω, à laquelle elle ne deviendra égale que pour certaines valeurs particulières de x, y, z, ... propres à vérifier l'équation

$$\Omega' = \Omega.$$

» Dans ce qui suit, je m'occuperai uniquement des propriétés dont les fonctions jouissent, en raison de leur forme, et non pas en raison des systèmes de valeurs que les variables peuvent acquérir. En conséquence, quand il sera question des valeurs *égales* entre elles que la fonction Ω peut acquérir quand on déplace les variables x, y, z, ..., il faudra toujours se souvenir que ces valeurs sont celles qui restent égales, quelles que soient les valeurs attribuées aux variables x, y, z, ... Ainsi, par exemple, si l'on a

$$\Omega = x + y,$$

les deux valeurs que pourra prendre la fonction Ω, quand on déplacera les

deux variables, savoir,

$$x + y \quad \text{et} \quad y + x,$$

seront *égales* entre elles, quelles que soient d'ailleurs les valeurs attribuées à x et à y. Mais si l'on avait

$$\Omega = x + 2y,$$

les deux valeurs de la fonction, savoir,

$$x + 2y \quad \text{et} \quad y + 2x,$$

seraient deux valeurs *distinctes*, qu'on ne pourrait plus appeler *valeurs égales*, attendu qu'elles seraient le plus souvent inégales, et ne deviendraient égales que dans le cas particulier où l'on aurait $y = x$.

» Si l'on numérote les places occupées par les diverses variables $x, y, z, \ldots$ dans la fonction Ω, et si l'on écrit à la suite les unes des autres ces variables $x, y, z, \ldots$ rangées d'après l'ordre de grandeur des numéros assignés aux places qu'elles occupent, on obtiendra un certain *arrangement*

$$xyz\ldots,$$

et quand les variables seront déplacées, cet arrangement se trouvera remplacé par un autre, qu'il suffira de comparer au premier pour connaître la nature des déplacements. Cela posé, ces diverses valeurs d'une fonction de n lettres correspondront évidemment aux divers arrangements que l'on pourra former avec ces n lettres. D'ailleurs, le nombre de ces arrangements est, comme l'on sait, représenté par le produit

$$1.2.3\ldots n.$$

Si donc l'on pose, pour abréger,

$$N = 1.2.3\ldots n,$$

N sera le nombre des valeurs diverses, égales ou distinctes, qu'une fonction de n variables acquerra successivement quand on déplacera de toutes les manières, en les substituant l'une à l'autre, les variables dont il s'agit.

» On appelle *permutation* ou *substitution* l'opération qui consiste à déplacer les variables, en les substituant les unes aux autres, dans une valeur

donnée de la fonction Ω, ou dans l'arrangement correspondant. Pour indiquer cette substitution, nous écrirons le nouvel arrangement qu'elle produit au-dessus du premier, et nous renfermerons le système de ces deux arrangements entre parenthèses. Ainsi, par exemple, étant donnée la fonction

$$\Omega = x + 2y + 3z,$$

où les variables x, y, z occupent respectivement la première, la seconde et la troisième place, et se succèdent en conséquence dans l'ordre indiqué par l'arrangement

$$xyz,$$

si l'on échange entre elles les variables y, z qui occupent les deux dernières places, on obtiendra une nouvelle valeur Ω' de Ω, qui sera distincte de la première, et déterminée par la formule

$$\Omega' = x + 2z + 3y.$$

D'ailleurs, le nouvel arrangement, correspondant à cette nouvelle valeur, sera

$$xzy,$$

et la substitution par laquelle on passe de la première valeur à la seconde, se trouvera représentée par la notation

$$\begin{pmatrix} xzy \\ xyz \end{pmatrix},$$

qui indique suffisamment de quelle manière les variables ont été déplacées. Les deux arrangements xzy, xyz compris dans cette substitution, forment ce que nous appellerons ses *deux termes*, ou son *numérateur* et son *dénominateur*. Comme les numéros qu'on assigne aux diverses places qu'occupent les variables dans une fonction sont entièrement arbitraires, il est clair que l'arrangement correspondant à une valeur donnée de la fonction est pareillement arbitraire, et que le dénominateur d'une substitution quelconque peut être l'un quelconque des N arrangements formés avec les n variables données. On arrivera immédiatement à la même conclusion en observant qu'une substitution quelconque peut être censée indiquer un système déterminé d'opérations simples dont chacune consiste à remplacer une lettre du dénominateur par une lettre du numérateur, et que ce système d'opérations

ne variera pas si l'on échange entre elles d'une manière quelconque les lettres du dénominateur, pourvu que l'on échange entre elles, de la même manière, les lettres correspondantes du numérateur. Il en résulte qu'une substitution, relative à un système de n variables, peut être présentée sous N formes différentes dont nous indiquerons l'équivalence par le signe $=$. Ainsi, par exemple, on aura

$$\binom{xzy}{xyz} = \binom{xyz}{xzy} = \binom{yxz}{zxy} = \text{etc.}$$

Observons encore que l'on peut, sans inconvénient, effacer toute lettre qui se présente à la même place dans les deux termes d'une substitution donnée, cette circonstance indiquant que la lettre ne doit pas être déplacée. Ainsi, en particulier, on aura

$$\binom{xzy}{xyz} = \binom{zy}{yz}.$$

Lorsqu'on a ainsi éliminé d'une substitution donnée toutes les lettres qu'il est possible d'effacer, cette substitution se trouve réduite *à sa plus simple expression*.

» Le *produit* d'un arrangement donné xyz par une substitution $\binom{xzy}{xyz}$ sera le nouvel arrangement xzy qu'on obtient en appliquant cette substitution même à l'arrangement donné. Le *produit* de deux substitutions sera la substitution nouvelle qui fournit toujours le résultat auquel conduirait l'application des deux premières, opérées l'une après l'autre, à un arrangement quelconque. Les deux substitutions données seront les deux *facteurs* du produit. Le produit d'un arrangement par une substitution ou d'une substitution par une autre s'indiquera par l'une des notations qui servent à indiquer le produit de deux quantités, le multiplicande étant placé, suivant la coutume, à la droite du multiplicateur. On trouvera ainsi, par exemple,

$$\binom{xzy}{xyz} xyz = xzy,$$

et

$$\binom{yxuz}{xyzu} = \binom{yx}{xy}\binom{uz}{zu}.$$

Il y a plus : on pourra, dans le second membre de la dernière équation, échanger sans inconvénient les deux facteurs entre eux, de sorte qu'on aura

encore

$$\begin{pmatrix} yxuz \\ xyzu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} uz \\ zu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} yx \\ xy \end{pmatrix}.$$

Mais cet échange ne sera pas toujours possible, et souvent le produit de deux substitutions variera quand on échangera les deux facteurs entre eux. Ainsi, en particulier, on trouvera

$$\begin{pmatrix} yx \\ xy \end{pmatrix} \begin{pmatrix} zy \\ yz \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} yzx \\ xyz \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} zy \\ yz \end{pmatrix} \begin{pmatrix} yx \\ xy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} zxy \\ xyz \end{pmatrix}.$$

Nous dirons que deux substitutions sont *permutables* entre elles, lorsque leur produit sera indépendant de l'ordre dans lequel se suivront les deux facteurs.

» Pour abréger, nous représenterons souvent par de simples lettres

$$A, B, C, \ldots,$$

ou par des lettres affectées d'indices,

$$A_1, A_2, A_3, \ldots,$$

les arrangements formés avec plusieurs variables. Alors la substitution qui aura pour termes A et B se présentera simplement sous la forme

$$\begin{pmatrix} B \\ A \end{pmatrix},$$

et l'on aura

$$\begin{pmatrix} B \\ A \end{pmatrix} A = B,$$

$$\begin{pmatrix} C \\ B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ A \end{pmatrix},$$

etc...

De plus, si, en appliquant à l'arrangement C la substitution $\begin{pmatrix} B \\ A \end{pmatrix}$, on produit l'arrangement B, on aura non-seulement

$$\begin{pmatrix} B \\ A \end{pmatrix} C = D,$$

mais encore

$$\begin{pmatrix} B \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D \\ C \end{pmatrix}.$$

» Le nombre total des substitutions relatives au système de n variables $x, y, z, \ldots$ est évidemment égal au nombre N des arrangements que l'on peut former avec ces variables, puisqu'en prenant pour dénominateur un seul de ces arrangements, le premier par exemple, on peut prendre pour numérateur l'un quelconque d'entre eux. La substitution, dont le numérateur est le dénominateur même, peut être censée, se réduire à l'unité, puisqu'on peut évidemment la remplacer par le facteur 1, dans les produits

$$\binom{A}{A} C = C,$$

$$\binom{A}{A}\binom{D}{C} = \binom{D}{C}\binom{A}{A} = \binom{D}{C}.$$

» Une substitution $\binom{B}{A}$, multipliée par elle-même plusieurs fois de suite, donne pour produits successifs son carré, son cube, et généralement ses diverses puissances, qui sont naturellement représentées par les notations

$$\binom{B}{A}^2, \quad \binom{B}{A}^3, \ldots.$$

D'ailleurs, la série qui aura pour termes la substitution $\binom{D}{A}$ et ses diverses puissances, savoir,

$$\binom{B}{A}, \quad \binom{B}{A}^2, \quad \binom{B}{A}^3, \ldots,$$

ne pourra jamais offrir plus de N substitutions réellement distinctes. Donc, en prolongeant cette série, on verra bientôt reparaître les mêmes substitutions. On prouve aisément que la première de celles qui reparaîtront sera équivalente à l'unité, et qu'à partir de celle-ci les substitutions déjà trouvées se reproduiront périodiquement dans le même ordre. Donc, le nombre i des termes distincts de la série sera toujours la plus petite des valeurs entières de i pour lesquelles se vérifiera la formule

$$\binom{B}{A}^i = 1.$$

Le nombre i, ainsi déterminé, ou le degré de la plus petite des puissances de $\binom{B}{A}$ équivalentes à l'unité, sera ce que nous appellerons le degré ou l'*ordre* de la substitution $\binom{B}{A}$.

» Supposons maintenant qu'une substitution réduite à sa plus simple expression se présente sous la forme

$$\begin{pmatrix} y\,z\ldots v\,w\,x \\ x\,y\ldots u\,v\,w \end{pmatrix},$$

c'est-à-dire, qu'elle ait pour objet de remplacer x par y, puis y par z,..., et ainsi de suite jusqu'à ce que l'on parvienne à une dernière variable w, qui devra être remplacée par la variable x de laquelle on était parti. Pour effectuer cette substitution, il suffira évidemment de ranger sur la circonférence d'un cercle *indicateur*, divisée en parties égales, les diverses variables

$$x, y, z, \ldots, u, v, w,$$

en plaçant la première, la seconde, la troisième,... sur le premier, le second, le troisième,... point de division, puis de remplacer chaque variable par celle qui la première viendra prendre sa place, lorsqu'on fera tourner dans un certain sens le cercle indicateur. Pour ce motif nous donnerons à la substitution dont il s'agit le nom de *substitution circulaire*. Nous la représenterons, pour abréger, par la notation

$$(x, y, z, \ldots, u, v, w);$$

et il est clair que, dans cette notation, une quelconque des variables

$$x, y, z, \ldots u, v, w$$

pourra occuper la première place. Ainsi, par exemple, on aura identiquement

$$(x, y, z) = (y, z, x) = (z, x, y).$$

L'ordre n d'une substitution circulaire sera évidemment le nombre même des lettres qu'elle renferme. Il est d'ailleurs facile de s'assurer que, n étant l'ordre de la substitution circulaire

$$(x, y, z, \ldots, u, v, w),$$

la puissance $l^{\text{ième}}$ de cette substitution, savoir,

$$(x, y, z, \ldots, u, v, w)^l,$$

sera une nouvelle substitution de l'ordre n, si l et n n'ont pas de facteurs

communs, ou, en d'autres termes, si l est premier à n. Si, au contraire, l cesse d'être premier à n, alors, k étant le plus grand commun diviseur des nombres l, n, et h étant le quotient de la division de n par k, la substitution

$$(x, y, z, \ldots, u, v, w)^l$$

sera le produit de h substitutions circulaires de l'ordre k. Ainsi, par exemple, on aura, en posant $n=4$,

$$(x, y, z, u)^2 = (x, z)(y, u), \quad (x, y, z, u)^3 = (x, u, z, y);$$

et l'on trouvera pareillement, en posant $n=6$,

$$(x, y, z, u, v, w)^2 = (x, z, v)(y, u, w), \quad (x, y, z, u, v, w)^3 = (x, u)(x, v)(z, w),$$
$$(x, y, z, u, v, w)^4 = (x, v, z)(y, w, u), \quad (x, y, z, u, v, w)^5 = (x, w, v, u, z, y).$$

§ II. — *Propriétés diverses des substitutions, et décomposition d'une substitution donnée en substitutions primitives.*

» Il est facile de s'assurer qu'une substitution quelconque, relative à un nombre quelconque de variables, est toujours un produit de substitutions circulaires; ainsi, par exemple, on a

$$\binom{uzyx}{xyzu} = (x, u)(y, z), \quad \binom{zuvyx}{xyzuv} = (x, z, v)(y, u).$$

Cela posé, soit $\binom{B}{A}$ une substitution de l'ordre i, relative à un nombre n de variables

$$x, \quad y, \quad z, \ldots;$$

$\binom{B}{A}$ sera nécessairement ou une substitution circulaire, ou le produit de plusieurs substitutions circulaires dont quelques-unes pourront renfermer une seule lettre et se réduire à l'unité. Ces substitutions circulaires sont ce que nous appellerons les *facteurs circulaires* de $\binom{B}{A}$. Deux quelconques d'entre elles, étant composées de lettres diverses, seront évidemment permutables. Donc, tous les facteurs circulaires de $\binom{B}{A}$ seront permutables entre eux et représenteront des substitutions qui pourront être effectuées dans un ordre

quelconque. Il y a plus : comme deux substitutions égales seront nécessairement permutables entre elles, si l'on élève $\binom{B}{A}$ à des puissances quelconques, on obtiendra de nouvelles substitutions qui seront permutables entre elles, ainsi que leurs facteurs représentés par des puissances des facteurs circulaires de $\binom{B}{A}$.

» Supposons, pour fixer les idées, que les variables comprises dans les divers facteurs circulaires de $\binom{B}{A}$ soient respectivement :

dans le premier facteur...	$\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ldots;$
dans le second facteur....	$\lambda,\ \mu,\ \nu,\ldots;$
dans le troisième facteur..	$\varphi,\ \chi,\ \psi,\ldots;$
etc.	etc.

en sorte qu'on ait

$$(1)\qquad \binom{B}{A} = (\alpha,\beta,\gamma,\ldots)(\lambda,\mu,\nu,\ldots)(\varphi,\chi,\psi,\ldots).$$

Alors, l étant un nombre entier quelconque, on aura encore

$$\binom{B}{A}^l = (\alpha,\beta,\gamma,\ldots)^l(\lambda,\mu,\nu,\ldots)^l(\varphi,\chi,\psi,\ldots)^l;$$

et, pour que l vérifie l'équation

$$(2)\qquad \binom{B}{A}^l = 1,$$

il faudra qu'on ait séparément

$$(3)\qquad (\alpha,\beta,\gamma,\ldots)^l = 1,\quad (\lambda,\mu,\nu,\ldots)^l = 1,\quad (\varphi,\chi,\psi,\ldots)^l = 1,\ldots.$$

Or, les seules valeurs de l, propres à vérifier l'équation (2), seront l'ordre i de la substitution $\binom{B}{A}$ et les multiples de i. Pareillement les valeurs de l propres à vérifier l'une quelconque des formules (3) seront l'ordre du facteur circulaire qui entre dans cette formule et les multiples de cet ordre. Cela posé, soient

$$a,\ b,\ c,\ldots$$

les nombres qui représentent les ordres respectifs des substitutions circulaires

$$(\alpha, \beta, \gamma, \ldots), \quad (\lambda, \mu, \nu, \ldots), \quad (\varphi, \chi, \psi, \ldots), \ldots;$$

non-seulement on aura

$$a + b + c + \ldots = n,$$

attendu que les divers groupes

$$\begin{gathered} \alpha, \beta, \gamma, \ldots, \\ \lambda, \mu, \nu, \ldots, \\ \varphi, \chi, \psi, \ldots, \\ \text{etc.}, \end{gathered}$$

devront renfermer en somme les n lettres auxquelles se rapporte la substitution $\binom{}{\mathrm{A}}$; mais, de plus, on conclura sans peine de ce qui précède, que l'ordre i de la substitution $\binom{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}$ sera le plus petit nombre divisible à la fois par a, par b, par c, etc.

» Lorsque deux substitutions

$$\binom{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}, \quad \binom{\mathrm{D}}{\mathrm{C}}$$

différeront uniquement par la forme des lettres qui dans ces deux substitutions occuperont les mêmes places, c'est-à-dire, en d'autres termes, lorsque ces deux substitutions offriront le même nombre de facteurs circulaires, et le même nombre de lettres dans les facteurs circulaires correspondants, nous dirons qu'elles sont semblables entre elles. Alors on aura nécessairement

$$\binom{\mathrm{A}}{\mathrm{C}} = \binom{\mathrm{B}}{\mathrm{D}},$$

et, par suite aussi,

$$\binom{\mathrm{C}}{\mathrm{A}} = \binom{\mathrm{D}}{\mathrm{B}}.$$

» Il est facile de calculer le nombre des substitutions

$$\binom{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}, \quad \binom{\mathrm{D}}{\mathrm{C}}, \ldots$$

semblables entre elles et à $\binom{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}$ que l'on peut former avec n lettres. Soit $\mathfrak{N}$

ce nombre, et supposons que la substitution $\binom{B}{A}$ ait pour facteurs g substitutions circulaires de l'ordre a, h substitutions circulaires de l'ordre b, k substitutions circulaires de l'ordre c, etc. On aura non-seulement

$$(4) \qquad ga + hb + kc + \ldots = n,$$

mais encore

$$(5) \qquad \mathcal{N} = \frac{N}{(1.2\ldots g)(1.2\ldots h)(1.2\ldots k)\ldots a^g b^h c^k \ldots}.$$

Si maintenant on désigne par

$$\Sigma \mathcal{N}$$

la somme des valeurs de $\mathcal{N}$ correspondantes aux divers systèmes de nombres qui peuvent représenter des valeurs de $a, b, c, \ldots$ propres à vérifier l'équation (1), en d'autres termes, si l'on désigne par $\Sigma\mathcal{N}$ la somme des valeurs de $\mathcal{N}$ correspondantes aux diverses manières de partager le nombre n en parties égales ou inégales; alors $\Sigma\mathcal{N}$ devra être précisément le nombre total des substitutions que l'on peut former avec n lettres. On aura donc

$$(6) \qquad \Sigma\mathcal{N} = N,$$

et, par suite,

$$(7) \qquad \Sigma \frac{1}{(1.2\ldots g)(1.2\ldots h)(1.2\ldots k)\ldots a^g b^h c^k \ldots} = 1.$$

Cette dernière équation paraît digne de remarque. Si, pour fixer les idées, on pose $n = 5$, on trouvera

$$n = 5 = 4+1 = 3+2 = 3+1+1 = 2+2+1 = 2+1+1+1 = 1+1+1+1+1,$$

et, par suite, l'équation (7) donnera

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\,\frac{1}{3} + \frac{1}{1.2}\,\frac{1}{3} + \frac{1}{1.2}\,\frac{1}{2^2} + \frac{1}{1.2.3}\,\frac{1}{2} + \frac{1}{1.2.3.4.5} = 1,$$

ce qui est exact. Si dans la somme $\Sigma\mathcal{N}$ on comprenait seulement celles des valeurs de $\mathcal{N}$ qui correspondent à des valeurs des nombres $a, b, c, \ldots$, supé-

rieures à l'unité, alors, à la place de la formule (7), on obtiendrait la suivante

$$(8) \qquad \Sigma \frac{1}{(1.2\ldots g)(1.2\ldots h)(1.2\ldots k)a^g b^h c^k \ldots} = \frac{1}{1.2} - \frac{1}{1.2.3} + \ldots + \frac{(-1)^n}{1.2.3\ldots n},$$

dont le second membre se réduit à $\frac{1}{e}$, pour des valeurs infinies de n, e désignant la base des logarithmes népériens. Ainsi, en particulier, si l'on prend $n = 5$, on trouvera

$$n = 5 = 3 + 2,$$

et

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{2.3} = \frac{1}{1.2} - \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{1.2.3.4} - \frac{1}{1.2.3.4.5}.$$

» Considérons maintenant plusieurs substitutions

$$\binom{B}{A}, \quad \binom{D}{C}, \quad \binom{F}{E}, \ldots$$

relatives aux n lettres $x, y, z, \ldots$. J'appellerai substitutions *dérivées* toutes celles que l'on pourra déduire des substitutions données, multipliées une ou plusieurs fois les unes par les autres ou par elles-mêmes dans un ordre quelconque, et les substitutions données, jointes aux substitutions dérivées, formeront ce que j'appellerai un *système de substitutions conjuguées*. L'*ordre* de ce système sera le nombre total des substitutions qu'il présente, y compris la substitution qui offre deux termes égaux et se réduit à l'unité. Si l'on désigne par I cet ordre, et par

$$i, \; i', \; i'', \ldots$$

les ordres des substitutions données, I sera toujours divisible par chacun des nombres i, i', i'', ... D'ailleurs I sera toujours un diviseur du produit

$$N = 1.2\ldots n.$$

Ajoutons qu'étant donné un système de substitutions conjuguées, on reproduira toujours les mêmes substitutions, rangées seulement d'une autre manière, si on les multiplie séparément par l'une quelconque d'entre elles, ou bien encore si l'une quelconque d'entre elles est séparément multipliée par elle-même et par toutes les autres.

» Lorsque les substitutions données sont permutables entre elles, l'ordre I

du système ne peut surpasser le produit

$$i i' i'' \ldots$$

des ordres des substitutions données.

» Lorsque les substitutions données se réduisent à une seule

$$\binom{B}{A},$$

les substitutions dérivées se confondent avec les puissances de $\binom{B}{A}$, et l'ordre I du système avec l'ordre i de la substitution donnée.

» Supposons maintenant que l'ordre i de la substitution

$$\binom{B}{A}$$

soit décomposé en facteurs

$$a,\ b,\ c, \ldots$$

premiers entre eux. Je prouve que, dans ce cas (*), *la substitution* $\binom{B}{A}$ *et ses puissances peuvent être censées former un système de substitutions conjuguées, dérivées des seules substitutions*

$$\binom{B}{A}^{\frac{i}{a}},\quad \binom{B}{A}^{\frac{i}{b}},\quad \binom{B}{A}^{\frac{i}{c}}, \ldots.$$

Cela posé, admettons que $p, q, r, \ldots$ étant les facteurs premiers de i, l'on ait

(8) $$i = p^g q^h r^k \ldots$$

(*) Pour établir cette proposition fondamentale, je m'appuie sur un théorème d'arithmétique dont voici l'énoncé :

Supposons que, le nombre entier i étant décomposé en facteurs $a, b, c, \ldots$ premiers entre eux, on désigne par l un nombre entier quelconque inférieur à i, on pourra toujours satisfaire à l'équivalence

$$i\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} + \ldots\right) \equiv l \ (\text{mod. } i),$$

par des valeurs entières de $x, y, z, \ldots$ respectivement inférieures à $a, b, c, \ldots$.

On pourra prendre

(9) $$a = p^g, \quad b = q^h, \quad c = r^k, \ldots ,$$

et alors chacune des substitutions

(10) $$\binom{B}{A}^{\frac{i}{a}}, \quad \binom{B}{A}^{\frac{i}{b}}, \quad \binom{B}{A}^{\frac{i}{c}}, \ldots$$

aura seulement pour facteurs circulaires des substitutions dont les ordres se réduiront aux puissances d'un seul nombre premier. Cette propriété remarquable des substitutions (10) est très-utile dans la théorie des permutations, où les substitutions jouent un rôle analogue à celui que remplissent les racines primitives dans la théorie des équations binaires. Pour cette raison, et supposant que les valeurs de a, b, c,... sont données par les formules (9), je désignerai les substitutions (10) sous le nom de *substitutions primitives*, et je les appellerai *facteurs primitifs* de la substitution $\binom{B}{A}$.

» Dans un prochain article j'expliquerai comment les principes que je viens d'énoncer conduisent à la détermination du nombre des valeurs distinctes que peut acquérir une fonction Ω de n variables indépendantes $x, y, z, \ldots$ »

ANTHROPOLOGIE COMPARÉE. — *Sur le monument et les ossements celtiques, découverts à Meudon en juillet* 1845; *par* M. Serres.

« L'intérêt qui s'attache aux habitants primitifs de la Gaule ne concerne pas uniquement l'anthropologie. La direction donnée depuis quelques années aux études de l'histoire de France lui ajoute encore un intérêt nouveau et, en quelque sorte, tout particulier à notre nation.

» Les vicissitudes sans nombre que la race gauloise a eues à subir ont frappé tous les historiens; et ce qui, par-dessus tout, a excité leur étonnement, c'est de voir qu'à toutes les époques cette race s'est montrée à la hauteur des événements contre lesquels elle avait à lutter.

» Diverses causes ont été imaginées pour expliquer ce résultat, et jamais, à notre connaissance, on ne l'a cherchée là où elle réside, dans l'organisation physique de la race gauloise même.

» Le peu d'intérêt qu'excitait l'anthropologie jusqu'à ces derniers temps est en partie cause de ce délaissement; les monuments celtiques qui se trouvent en France ont été décrits et figurés; les vases, les instruments qu'ils

renferment ont puissamment excité l'attention des archéologues et des antiquaires. Tout a été dit à ce sujet; tout a été commenté.

» Quant aux Gaulois primitifs que couvraient ces pierres monumentales, c'est à peine si on y a pris garde. Ces restes précieux ont été jetés au vent, ou si, par hasard, un antiquaire a recueilli un crâne, ce n'est pas sur lui que son attention s'est dirigée.

» L'impulsion présente des recherches historiques a fait cesser cette insouciance; on a compris que l'appréciation des événements dont une nation avait été le théâtre avait sa source principale dans la connaissance physique et morale des races humaines qui les avaient accomplis. L'appréciation des actes a fait naître le besoin de l'appréciation des hommes, et dès lors l'anthropologie a repris dans l'ensemble des connaissances humaines le rang élevé qui lui appartient.

» Sous ce rapport, le plus vif intérêt s'attache à la connaissance physique des Gaulois primitifs. Dans sa période nomade aucune des races de notre Occident n'a accompli une carrière plus agitée et plus brillante. Ses courses embrassent l'Europe, l'Asie et l'Afrique, et le nom de la race gauloise est inscrit avec terreur dans les annales de presque tous les peuples : « Car, » ainsi que le dit M. Amédée Thierry, dans le cours de cette période, elle » brûle Rome, elle enlève la Macédoine aux vieilles phalanges d'Alexandre, » force les Thermopyles et pille Delphes; puis elle va planter ses tentes sur » les ruines de l'ancienne Troie, dans les places publiques de Milet, aux » bords du Sangarius et à ceux du Nil; elle assiége Carthage, menace Memphis, compte parmi ses tributaires les plus puissants monarques de l'Orient; » à deux reprises elle fonde dans la haute Italie un grand empire, et elle » élève au sein de la Phrygie cet autre empire des Galates qui domina long- » temps toute l'Asie mineure. »

» Une race humaine qui, en présence des Grecs et des Romains, signale son entrée dans le monde par de tels exploits, a sans doute de grands desseins providentiels à accomplir!

» Si l'on se rappelle que j'ai pris pour base de mes leçons d'Anthropologie au Muséum, les principes d'Hippocrate, principes d'après lesquels les races humaines sont filles de la contrée de la terre sur laquelle elles se sont développées et fixées, on concevra le désir que j'avais de comparer les restes des Gaulois primitifs aux squelettes des Gaulois actuels.

» C'est donc avec l'empressement que fait naître le besoin de savoir, que je me suis transporté au château de Meudon, afin d'examiner les ossements humains trouvés dans le monument celtique découvert récemment dans la

grande avenue de cette maison royale. J'avais l'espérance (espérance qui s'est réalisée en partie) de pouvoir reconstruire, avec ces ossements, des squelettes complets qui rendraient possible la comparaison que je me propose d'établir.

» Mais on conçoit que ces ossements celtiques n'ont de valeur scientifique qu'autant que leur origine sera réellement reconnue telle. C'est la raison qui nous fait présenter à l'Académie le plan du monument, dressé par M. Gourlier, architecte à Saint-Cloud, en le faisant suivre de la description qu'en a faite M. Eugène Robert, géologue de l'expédition scientifique du Nord, auquel en est due la découverte. Indépendamment de la description du monument, celle de M. Robert offre l'avantage, bien rare en archéologie, de présenter un aperçu sur les ossements humains qui l'environnaient, sur les ossements des animaux qui s'y trouvaient mélangés, sur les instruments celtiques qu'on y a rencontrés, ainsi que sur les deux ordres de poteries qui accompagnaient tous ces débris (1).

» Voici cette description, à laquelle M. Robert a ajouté quelques-unes des particularités que nous ont offertes les ossements rassemblés à Meudon.

« A peine enfouies au-dessous du sol qu'elles perçaient même sur plu-
» sieurs points, ainsi que nous venons de le dire, plusieurs grandes tables
» oblongues en grès, de 2 à 3 mètres de longueur sur $1\frac{1}{2}$ mètre de largeur,
» étaient placées de manière à faire supposer que, dans l'origine, elles ont
» dû reposer par leurs plus grands côtés sur des blocs de même nature en-
» core en place et presque aussi gros qu'elles. La réunion de si fortes pierres,

---

(1) M. le baron Dupotet, dont l'habitation est voisine du lieu où a été trouvé le monument, a recueilli plusieurs crânes bien conservés, beaucoup d'os isolés, le plus grand nombre appartenant à l'espèce humaine, quelques autres à des espèces animales; il possède également de beaux échantillons des deux ordres de poteries. M. Dupotet, s'étant particulièrement attaché à recueillir les instruments celtiques, a en sa possession des haches, des lames de couteau, des scarificateurs en silex, un anneau en bronze, etc. Ces objets, ainsi que ceux recueillis par M. Robert, sont des certificats indispensables pour établir l'origine celtique du monument. La collection d'ossements humains rassemblés au château de Meudon en est entièrement dépourvue, par la raison que les ordres donnés par M. le comte Montalivet, intendant de la liste civile, sont arrivés trop tard; car, sitôt que les ordres ont été transmis, MM. les employés supérieurs au château de Meudon ont déployé un zèle rare pour assurer la conservation des ossements humains qu'ils ont pu recueillir à leur tour.

Il serait à désirer, dans l'intérêt de l'anthropologie comparée, que de ces trois collections on en composât une seule qui réunît ce que chacune d'elles offre de plus important. M. Robert a déjà fait ses offres à ce sujet, et M. Dupotet nous a paru animé d'un zèle non moins dévoué pour la science.

» empruntées évidemment au voisinage où il en existe encore çà et là d'iso-
» lées dans le sable, les avait fait, au premier abord (on n'en connaissait alors
» que trois), considérer comme ayant appartenu à un simple dolmen renversé
» et enfoui; mais des recherches postérieures, dues encore au hasard,
» ayant fait découvrir d'autres grandes pierres, nous apprirent qu'il y avait
» plusieurs dolmens à la suite les uns des autres, et modifièrent nécessaire-
» ment nos premières idées, comme on le verra plus loin. Des circonstances
» particulières, telles que le déplacement des terres rapportées par suite de
» la grande déclivité du sol naturel, l'écoulement des eaux, ainsi que nous
» en fournirons la preuve, et peut-être bien encore l'intention humaine,
» sont venues les renverser : on a, par conséquent, trouvé les deux pierres
» tabulaires principales inclinées du même côté ou vers l'ouest, et la plus
» grande des deux, couchée immédiatement contre l'un des supports, ou pla-
» cée en demi-dolmen. Cette dernière pierre ne devait laisser aucun doute sur
» la position suspendue horizontalement que nous lui assignions dans l'ori-
» gine, et ne pouvait, par conséquent, être regardée comme un véritable
» demi-dolmen auquel nous avons cru devoir la comparer pour en donner
» une idée; car l'un de ses supports avait été évidemment refoulé, même
» renversé par son propre poids; et pour la maintenir parfaitement d'a-
» plomb, du côté opposé par où elle s'appuyait contre un énorme grès qui
» laissait une échancrure à l'une de ses extrémités, on avait rempli ce vide
» qui aurait fait vaciller la pierre tabulaire, avec des pierres meulières mises
» de champ. Toutefois, avant les deux ou trois mutilations qu'elles ont su-
» bies seulement de nos jours : l'une, il y a une quarantaine d'années au
» moins, lorsqu'on arracha les ormes séculaires de l'avenue, pour y substi-
» tuer des tilleuls qui en font aujourd'hui une des plus délicieuses prome-
» nades des environs de Paris; l'autre, dix ans plus tard, pour la réparer, et
» la dernière tout récemment; l'ensemble de ces pierres, disons-nous, de-
» vait se composer de trois à quatre grandes tables et de huit ou dix sup-
» ports. Il ne reste plus que deux et demie des premières et cinq à six des
» secondes, le reste ayant été converti en pavés, aux diverses époques que
» nous venons de mentionner. En les restituant toutes par la pensée, et au
» moyen de mesures qu'on a encore pu prendre avec assez d'exactitude,
» nous pouvons déclarer qu'elles constituaient un monument de 11 à 12
» mètres de longueur sur 5 à 6 de largeur et 1 $\frac{1}{2}$ mètre de profondeur.

» Les pierres du côté du nord, vers lequel leur grosse extrémité était
» tournée, semblaient avoir été alignées avec intention; et leur orientation,
» relativement à leur plus grande longueur, était sensiblement du sud au

» nord, ou plus exactement du sud-quart-ouest au nord-quart-est. Chose » bien remarquable, pour le dire en passant, la façade qu'elles formaient » coupait à angle droit l'avenue du château, dont elle occupait presque en- » tièrement la largeur jusqu'aux cuvettes situées de chaque côté entre les » arbres exclusivement; mais les pierres principales se trouvaient au centre » de la chaussée, comme si elles eussent servi de point de mire à sa direction » lorsqu'elle a été tracée.

» Les trois grandes tables principales qui devaient, dans l'origine, sur- » monter tout ce système, offraient à leur surface des traces d'érosion ou » d'usure que nous allons faire connaître avec détail, pour nous conformer » aux instructions données par le Comité historique des Arts et Monuments : » la première, ou celle située à l'est, offrait, dans sa plus grande diagonale, » une excavation en forme de fer à cheval ou plutôt de raquette, qui se con- » fondait vers le sud-ouest dans une fissure profonde de la roche. La » deuxième table, ou celle du milieu, présentait, dans sa plus grande sur- » face ou vers le nord, une grande concavité de près de 50 centimètres de » rayon, traversée également par une fissure légère accompagnée d'une » dizaine de trous, de forme triangulaire, étroits et assez profonds; celui du » centre, le plus grand de tous, percé obliquement, pouvait loger facile- » ment le doigt index; enfin, la dernière pierre, ou celle tournée vers l'ouest, » était caractérisée par une rainure profonde correspondant également à » une fissure naturelle garnie de chaque côté, et à égale distance, de deux » trous semblables aux premiers. Ajoutons que les trous dans la première » pierre étaient assez régulièrement disposés deux par deux, trois par trois. » Ces fissures, ces trous étaient-ils destinés à favoriser l'écoulement du sang » dans les sacrifices humains? C'est ce que nous n'oserions décider; mais la » rainure qui régnait autour de la première empreinte en raquette et abou- » tissait à une espèce de rigole naturelle, serait peut-être bien propre à » laisser peu de doutes à cet égard, et disposerait volontiers à faire re- » garder cette dernière pierre, de dimension convenable pour recevoir le » corps d'un homme étendu, comme ayant été la principale pierre expia- » toire. Nous ferons aussi remarquer que la plus grande des excavations nous » a semblé porter des traces de feu, agent dont les Celtes se sont peut-être » servis pour creuser plus facilement la roche, ainsi qu'on le pratique de » nos jours, dans certaines contrées, pour exploiter des métaux précieux; » mais il faut bien se mettre en garde contre ces apparences, car rien ne » ressemble davantage à ces traces que l'hydrate de fer qui colore ordinai- » rement la surface des grès.

» Autour des supports régnait un dallage en pierre calcaire blanchâtre » (calcaire marin grossier), lequel formait aussi, aux deux extrémités du » monument, des espèces d'assises sans ciment, derrière lesquelles se trou- » vaient encore des pierres semblables, mais placées de champ. L'une de ces » dalles, apportées évidemment du bas de la côte aussi bien que les autres, » était d'une dimension et d'un poids tellement grands, qu'il a fallu les » efforts réunis de trois hommes pour la sortir de la fouille; enfin, au-des- » sous de ces dalles quelquefois rougies par le feu, venait un sol argilo-sa- » blonneux, probablement vierge, le même qui constituait (chose impor- » tante à constater) les parois de la tranchée.

» C'est autour des supports, principalement dans les encoignures qu'ils » formaient avec les pierres tabulaires et même sous ces dernières, qui par » leur disposition, semblaient avoir servi de fermeture générale, que se sont » rencontrés le plus de débris humains : ils étaient disséminés au milieu de » terres remuées, plus ou moins brisés et confondus, au point que nous avons » trouvé des crânes ouverts à leur base, remplis d'ossements divers, étran- » gers à la tête; dans quelques circonstances, ils reposaient immédiatement » sur les dalles en calcaire blanchâtre que nous venons de décrire. Les ca- » davres auxquels ont appartenu ces derniers ossements, les plus complets » de tous, paraissent avoir été inhumés, trois par trois, quatre par quatre » et peut-être en plus grand nombre à la fois, dans une position accroupie » et face à face, pour occuper sans doute le moins d'espace possible. Il en » est résulté qu'en continuant à s'affaisser par l'effet de la décomposition » des parties molles, les têtes sont venues se rencontrer sur un tissu inextri- » cable des autres os du squelette, et c'est ainsi groupés que nous en avons » recueilli une vingtaine environ. Ajoutons, pour corroborer ce fait, que, » malgré le tassement éprouvé par les squelettes, des os, tels que ceux de » l'avant-bras, de la jambe, des vertèbres, des côtes, etc., étaient encore en » connexion, et que la terre environnante, d'un gris rougeâtre, exhalait une » odeur *sui generis* ou ammoniacale. Partout ailleurs les os, comme nous » l'avons déjà dit, étaient disséminés dans les terres jusqu'au-dessus des grès et » plus ou moins brisés anciennement. Quelques-uns semblaient même porter » l'empreinte de la dent des carnassiers qui ont pu fort bien faire leur re- » paire du monument, à l'époque où les vides laissés au-dessous des grandes » pierres tabulaires leur donnaient accès; mais presque tous sont, à n'en pas » douter, creusés superficiellement et même percés par des vers, probable- » ment de petits Lombrics, qui auraient, comme certains Annélides marins, » la propriété de dissoudre les substances calcaires.

» D'après le nombre considérable d'ossements humains que nous avons » été à même de voir et de recueillir dans cet ossuaire, nous estimons qu'ils » ont appartenu à un grand nombre d'individus, peut-être bien à deux » cents, des deux sexes et de tous les âges, depuis la plus tendre enfance » jusqu'à la plus grande vieillesse. Dès l'origine des fouilles, nous avons pensé » que les crânes appartenaient à deux races distinctes; mais nous laisserons » l'examen de cette grave question aux personnes qui s'occupent d'anthro- » pologie, n'ayant pas d'autre prétention, dans cette Notice, que de cher- » cher à faire l'inventaire des nombreux objets qui nous ont passé sous les » yeux et à leur assigner une origine, un usage quelconques. A l'exception » de plusieurs os du carpe et de quelques phalanges unguéales, notamment du » pied, nous sommes parvenus à recueillir, avec M. Serres, la plupart des » pièces du squelette. Le sternum est celui qui s'est rencontré le plus rarement; » les phalanges, au contraire, étaient aussi abondantes qu'admirablement » conservées; enfin, comme un des traits les plus remarquables qu'offraient » tous les ossements, nous ne pouvons passer sous silence les mâchoires, qui » sont généralement dans le plus bel état de conservation qu'on puisse ima- » giner. Les dents, rarement cariées mais fortement usées de dedans en de- » hors, comme celle des ruminants, annoncent que les individus auxquels » elles ont appartenu étaient souvent réduits à n'avoir pour aliments que » des racines ou des écorces difficiles à broyer. Il a été trouvé des fragments » de la boîte crânienne tellement épais (nous en avons mesuré qui avaient » près de 6 lignes ou plus exactement $12^{mm},50$ d'épaisseur), qu'au premier » abord ils furent pris pour des morceaux de vases celtiques, à cause aussi » de leur couleur d'un noir bleuâtre due au phosphate de fer ou plutôt à » l'hydrate de manganèse, ce dernier sel formant quelquefois des incrusta- » tions assez prononcées à la surface des os; faisons d'ailleurs remarquer que » c'est la substance spongieuse qui a seule, dans ces fragments de crâne, » acquis un grand développement, tandis que l'épaisseur relative des deux » tables ne dépasse pas les proportions connues. Quelques os longs avaient » commencé à subir une substitution d'éléments, en se transformant en hy- » drates métalliques; la plupart du temps ils sont seulement mouchetés ou » marbrés par ces mêmes substances; d'autres sont enveloppés de sédiment » calcaire : si ces derniers semblent se pétrifier, il y en a, au contraire, dont » le tissu compacte est très-altéré ou a presque entièrement disparu. En général, » bien qu'ils happent à la langue, ils n'en renferment pas moins, presque tous, » beaucoup de matière animale que les acides mettent à nu, sous forme de

» gelée. Quant aux pièces pathologiques que l'on devait s'attendre à ren-
» contrer au milieu de tant de débris, et que nous avons soigneusement re-
» cherchées avec M. Serres, nous pouvons citer des vertèbres lombaires qui
» prouvent que les Celtes étaient quelquefois affectés de rachitisme: deux
» pariétaux dont la table, interne dans l'un, externe dans l'autre, semble
» avoir été profondément cariée; une soudure de la tête supérieure du
» péroné avec celle du tibia. Du reste, aucune trace de fracture con-
» solidée, aucun calus, si ce n'est peut-être celui d'une des premières
» côtes. Nous devons aussi faire mention de crânes singulièrement déformés,
» dont le coronal, les pariétaux et l'occipital étaient déjetés tantôt à droite,
» tantôt à gauche; mais nous croyons pouvoir attribuer cette bizarrerie à
» l'action des terres qui ont comprimé latéralement et lentement ces crânes.
» La région temporale, dans ces mêmes circonstances, a presque tou-
» jours été enfoncée, comme si on l'eût fait avec un instrument con-
» tondant; mais c'est également par suite évidemment de défaut de résis-
» tance de cette région, la plus faible, comme on sait, de toute la boîte
» osseuse.

» Pêle-mêle avec tous les débris humains, gisait une foule d'ossements
» d'animaux encore plus brisés que les premiers, et que nous rapportons,
» sauf erreur, au bœuf (peut-être bien l'*Orochs*), au cerf, au chevreuil, au
» mouton, au sanglier, au porc, à une espèce de pachyderme beaucoup plus
» petite que ce dernier, à deux variétés de chien (une grande et une petite),
» à des lapins, à des oiseaux, etc., etc. La plupart de ces os, grâce à leur
» substance compacte sans doute plus serrée que dans les os humains,
» étaient si peu altérés, qu'il a fallu les recueillir soi-même pour être sûr
» qu'ils fussent aussi anciens que les autres. Les bois de cerf ont fait une
» exception remarquable : à peine si l'on pouvait les reconnaître. Enfin,
» pour compléter la faune de cette fouille, nous citerons des *Helix*, des Bu-
» limes, des Cyclostomes, etc., coquilles terrestres qui continuent de vivre
» dans le voisinage, et dont les vives couleurs brillent encore. Bien que ces
» Mollusques ne soient pas précisément contemporains des Celtes ou de
» leurs sépultures, leur présence au fond de la tranchée n'en est pas moins
» de la plus haute importance : semblables en cela au rôle que jouent les
» coquilles fossiles dans les terrains de sédiment dont elles font connaître le
» mode de dépôt, celles-ci, par leur belle conservation, quelles qu'aient été
» les circonstances dans lesquelles elles se sont rencontrées, prouvent incon-
» testablement qu'elles ont été également transportées par les eaux pluviales,

» déposées lentement et à plusieurs reprises; d'où nous tirerons la conséquence qu'il faut attribuer à la même cause le remplissage en grande partie des vides qui préexistaient sous les dolmens, aussi bien que le dérangement et la brisure des ossements, excepté cependant aux deux bouts du monument, qui, plus relevés, se sont trouvés à l'abri de l'irruption boueuse. Ce n'est encore que de cette manière que l'on peut expliquer le remplissage des crânes renfermant des os de toutes espèces, jusqu'à un sternum parfaitement entier, lequel, par sa forme et sa position singulières, avait l'air d'un poignard plongé dans la tête; le tout associé à des coquilles terrestres, qui avaient pénétré sans se briser jusque dans le conduit auditif du temporal.

» Quant aux objets d'art ou de l'industrie, découverts dans les mêmes circonstances, le nombre n'en est ni moins grand, ni moins varié; on possède : 1° une demi-douzaine de haches en pierre, les unes en silex pyromaque, provenant de la craie qui perce sous le calcaire grossier au Bas-Meudon; les autres en silex meulière tiré des hauteurs : l'une d'elles est simplement dégrossie; 2° des silex taillés en forme de dards, destinés sans doute à des lances ou des javelots; 3° des lames étroites, courbes et triangulaires de même nature, destinées peut-être à servir de couteaux, ou plutôt à être taillées en fer de flèche; 4° de nombreux fragments de vases en terre grossière, quartzeuse, généralement noirâtre et brun-rougeâtre, tachant les doigts lorsqu'on les frotte, et dont le bord ou la lèvre, d'un galbe assez variable et quelquefois élégant, a été, dans quelques cas, évidemment dentelé avec le bout de l'index, car on y voit encore l'empreinte de l'ongle; 5° des instruments aigus faits avec des esquilles d'os compactes, provenant sans doute du bœuf, et souvent dégrossies à la manière des haches en silex, c'est-à-dire à coups de marteau; des os longs de même nature, usés à l'une de leurs extrémités, terminée en bec de flûte; d'autres convertis en tige cannelée, en stylet, etc.; 6° des dents canines de chien, percées à leur racine, ayant évidemment fait partie d'un collier semblable à ceux que portent encore les sauvages du nord de l'Amérique; 7° un gros andouiller de cerf, percé de part en part d'un trou ovale d'une régularité parfaite, comme pour recevoir des tresses de cheveux; 8° des fragments de bracelets en pierre schisteuse étrangère au pays, taillée sous forme de rondelle, quelquefois percée de trous. Enfin, à tous ces objets que l'on peut considérer comme des témoignages irrécusables de l'origine celtique du monument qui nous occupe, il faut joindre un grand nombre de silex pyromaques, d'où l'on a détaché sur place des éclats qui ont servi à faire les

» instruments de sacrifice, de guerre ou de chasse que nous venons de re-
» later; des pierres calcaires et meulières calcinées, de la grosseur générale-
» ment des deux poings réunis; des tuiles rougeâtres très-épaisses, à éperon
» et à large rebord, ainsi que des tuiles simplement courbes, ayant servi de
» couvre-joints aux autres. Si ces derniers objets, les briques, ne sont pas
» dues aux Romains, elles prouvent au moins qu'elles ont été faites à leur
» imitation, à l'époque où les Gaules ont été envahies par eux, et bien long-
» temps après la fondation du monument celtique. Nous en dirons autant
» d'une petite pièce de bronze, fruste, qui pourrait bien appartenir à la
» première monnaie dont se soient servis les Gaulois; des fragments de po-
» terie d'une pâte rougeâtre, assez fine (l'un d'eux semblait avoir appartenu
» à une urne funéraire), et d'autres de la même époque.

» En résumé, le monument découvert dans les premiers jours de juillet à
» Meudon, sur le penchant d'une colline très-élevée, d'où la vue embrasse
» un espace immense, et vis-à-vis le cours tranquille d'un beau fleuve, est
» probablement un des plus remarquables qui existent aux environs de Pa-
» ris. Il n'en est pas, que nous sachions, qui ait offert autant d'ossements
» d'hommes et d'animaux aussi bien conservés que celui-ci. Il annonce tout
» d'abord que les Celtes se sont réunis en grand nombre sur ce point si avan-
» tageusement placé, sans doute pour mieux observer les mouvements de
» leurs ennemis. Le nom du pays semble lui-même être une vieille tradition;
» car, d'après l'étymologiste Bullet, Meudon serait composé de deux mots
» celtiques : de *moel* (pelée) et de *dun* (montagne). En effet, le cap élevé que
» forme l'entrée de la terrasse du château, d'où la vue plonge à droite dans le
» profond vallon de Fleury pour aller se perdre bien avant dans la forêt, et
» à gauche jusqu'à la gorge de Sèvres, devait être, dans l'origine, une colline
» de sable, nue et aride, bien tranchée au milieu de la végétation épaisse qui
» en couvrait les pentes. Maintenant considérerons-nous ce vaste monument
» comme une suite de dolmens, comme un allée couverte, ou plutôt comme
» un barrow ou tombelle; en d'autres termes, y verrons-nous un lieu de sa-
» crifices ou un lieu de sépulture? Nous pencherons pour un lieu de sépulture
» dont la partie supérieure, en forme de tertre allongé de l'ouest à l'est,
» aurait été rasée de nos jours, peut-être bien à l'époque où l'avenue de
» Meudon a été faite.

» La tranchée au fond de laquelle gisaient les pierres, faite de main
» d'homme dans un sol qui ne paraît jamais avoir été remué par lui; les osse-
» ments disséminés dans la terre végétale qui la remplissait jusqu'au niveau
» du chemin, ossements d'autant plus anciens qu'on les a rencontrés plus

» profondément; les débris mélangés d'individus des deux sexes et de tous
» les âges; les coquilles terrestres qui y ont été entraînées à plusieurs reprises
» et sont venues se loger, non-seulement sous les pierres, mais jusque dans
» les crânes, après la décomposition et la disparition des substances molles;
» les fragments de poterie de diverses époques, purement celtiques d'abord,
» puis gallo-romaines vers la partie supérieure de la fouille; tous ces faits,
» disons-nous, sont bien de nature à plaider en faveur d'une vaste tombelle
» remontant aux premiers temps des Celtes. Nous nous laisserons donc volon-
» tiers aller à voir, dans cette réunion imposante des grandes tables de grès,
» séparées par des supports de même nature, autant de chambres sépul-
» crales sous forme de dolmens, semblables, du reste, à celles qui se ren-
» contrent, à la grosseur près des matériaux, dans les tombelles de la Scan-
» dinavie; mais avec cette différence remarquable, à signaler peut-être pour
» la première fois, qu'à Meudon les pierres ont été placées au fond d'une
» tranchée. Si l'on n'y a pas rencontré de vases entiers comme ailleurs, la
» raison en est toute simple : c'est qu'ils ont été brisés, aussi bien qu'une
» foule d'os, par les terres qui, à la longue, ont pénétré de toute part dans
» les cryptes, malgré les pierres plates qui paraissent avoir été dressées tout
» autour du monument pour prévenir cet accident. Au reste, même association
» de haches, de dards en silex, etc. Cependant nous ne voudrions pas nier que,
» tout à fait dans l'origine, ce monument n'ait pas servi à des sacrifices hu-
» mains; nous sommes encore portés à le croire, en attendant qu'un examen
» plus approfondi de la surface des pierres vienne également résoudre cette
» question délicate. Quant aux nombreux ossements d'animaux, notamment
» de bœuf et de porc, qui s'y sont rencontrés pêle-mêle, nous nous abstien-
» drons également de décider si ces animaux, et autres, ont été plutôt l'objet
» de sacrifices que celui de la nourriture des habitants. Cependant, si nous
» avions à émettre notre avis à ce sujet, nous inclinerions pour la seconde
» hypothèse, en ayant égard surtout au grand nombre de pierres calcinées
» en tous sens dont les Celtes ont bien pu faire usage pour cuire des ani-
» maux entiers, à la manière des sauvages de la mer du sud. A moins enfin
» de considérer ces pierres comme des pierres votives, nous pourrions encore
» y avoir recours pour expliquer la présence de charbons, de cendres et
» la carbonisation, sans doute accidentelle, de quelques ossements d'hommes
» et d'animaux. Quelle que soit, au reste, l'explication dont ce monument
» sera susceptible, les objets qui y ont été trouvés n'en seront pas moins
» du plus haut intérêt pour la science. »

» D'après la description qui précède, nul doute, ce me semble, ne

peut être élevé sur l'origine celtique du monument de Meudon, ni sur celle des ossements humains qu'il recouvrait ou dont il était environné. L'anthropologie possède donc un champ de recherches aussi nouveau que fécond pour déterminer la constitution physique des anciens Gaulois, et la comparer à celle des habitants présents de la Gaule.

» Pour le moment, je n'ai pu m'occuper au château de Meudon qu'à débrouiller cet amas d'ossements. Dans les huit séances que j'y ai consacrées, secondé des deux aides de ma chaire au Muséum, MM. Jacquart et Biscard, ainsi que de M. Robert, j'ai pu constater les faits qui suivent :

» 1°. J'ai reconnu que ces os ont appartenu aux deux types de la race gauloise, au type gall et au type kimry.

» 2°. J'ai constaté sur la fouille du monument que ces deux types occupaient des rangs différents. Le type gall était situé plus profondément, tandis que le type kimry paraissait placé plus superficiellement. Cette remarque est générale, car on n'a apporté aucun ordre dans l'enlèvement des ossements.

» 3°. Mais ce qui est indépendant de la main des hommes, c'est la coloration différente que les os présentent. Les uns sont d'un gris ardoisé, dû peut-être à la combinaison d'une partie de manganèse ; les autres sont d'un jaune paille, tirant un peu sur la terre d'Égypte.

» 4°. Les os gris ardoisé appartiennent plus spécialement au type gall, qui est le plus nombreux. Les os colorés en jaune correspondent plus particulièrement au type kimry. Jusqu'à ce moment, je n'ai pas reconnu ce dernier type dans les os ardoisés.

» 5°. Quelques fragments de crâne ont une épaisseur bien supérieure à l'épaisseur ordinaire. Je rapporte tous ceux qui m'ont offert cette particularité au type gall ; jusqu'à présent, le type kimry ne me l'a point offerte.

» 6°. J'ai rencontré des os d'âges divers ; les plus jeunes me paraissent avoir appartenu à des enfants de trois ou quatre ans. Plusieurs maxillaires plus âgés offrent les dents de la première et de la seconde dentition. Nous n'avons trouvé aucun os de fœtus à terme ou d'embryon, quoique nous en ayons fait une recherche spéciale.

» 7°. Les os de femme sont nombreux ; je n'ai rencontré de sacrum entiers que ceux qui appartiennent à ce sexe.

» 8°. Il y a à Meudon cinq crânes assez bien conservés. Parmi eux sont deux crânes de femme du type gall, un d'homme : les deux autres appartiennent au type kimry ; l'un a appartenu à un homme, l'autre à une femme.

» 9°. J'ai dit, en commençant cette Note, que j'avais l'espoir de pouvoir re-

construire en grande partie deux ou trois squelettes entiers. Voici où nous en sommes à ce sujet : Il y a, 1° un crâne de femme gall avec son bassin assez bien conservé, ainsi que les vertèbres lombaires. Il y a, de plus, le sternum des côtes et le fémur droit. Un examen plus attentif nous fera retrouver peut-être ce qui manque, soit dans les ossements de Meudon, soit dans ceux que possèdent MM. Robert et Dupotet. 2° Nous avons distingué du type kimry, un crâne d'homme à peu près complet, le plus grand nombre de vertèbres, la partie supérieure du sternum, les clavicules et une partie du scapulum, les os coxaux en fragments avec des cavités cotyloïdes d'une grandeur peu commune, un fémur ayant 47 centimètres de longueur, un tibia correspondant; nous avons réuni les os des pieds moins les dernières phalanges qui, peut-être, ont appartenu à ce type. Nous croyons avoir reconnu le sacrum dans les ossements que possède M. Robert. 3° Nous avons retrouvé également un bassin de femme kimry dont l'étendue des diamètres surpasse de beaucoup l'étendue de ceux du bassin de la femme du type gall.

» 10°. Parmi les os dont se compose la main, nous avons retrouvé en grand nombre ceux des phalanges; ceux du carpe sont très-rares, particulièrement ceux de la première rangée. Nous n'avons rencontré ni le pyramidal, ni le pisiforme, ni l'unciforme.

» 11°. Les côtes sont en grand nombre, mais la plupart en fragments; un examen attentif nous permettra cependant de distinguer celles qui ont appartenu à des hommes ou à des femmes.

» 12°. Les maxillaires et les dents sont en grand nombre également, et dans un état de conservation qui pourra donner lieu à des inductions utiles sur les substances dont nos ancêtres se nourrissaient.

» On sait que G. Zimmermann a attribué principalement à la nourriture animale la force des anciens Germains signalée par Pomponius, Tacite et César: l'usure des dents de nos Gaulois porterait à croire qu'ils se nourrissaient souvent de substances végétales, dures et difficiles à broyer. Les empreintes des insertions des muscles ptérigoïdiens appuient cette assertion; et ce qui lui donne une certaine valeur, c'est que ces maxillaires paraissent avoir appartenu à des hommes très-vigoureux.

» Nous bornerons-là nos premières observations sur l'ostéographie des anciens Gaulois. Bien des aperçus d'un autre ordre se sont présentés à notre esprit à mesure que ces crânes, ces bassins, ces maxillaires, et les autres parties du squelette passaient dans nos mains; mais nous attendrons, avant de les émettre, que nous ayons pu en faire, dans nos laboratoires, au Muséum, une étude plus approfondie et comparative. »

MÉMOIRES LUS.

GÉOMÉTRIE ET MÉCANIQUE. — *Mémoire sur les sommes et les différences géométriques, et sur leur usage pour simplifier la Mécanique; par* M. DE SAINT-VENANT. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Cauchy, Dupin, Sturm.)

« J'appelle *somme géométrique* d'un nombre quelconque de lignes $a, b, c, \ldots$ données en grandeur, direction et sens, une ligne égale et parallèle au dernier côté d'un polygone dont les autres côtés sont a, b, $c, \ldots$ placés bout à bout, chacun dans son sens propre. Soit l ce dernier côté, j'écris

$$\bar{l} = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + \ldots.$$

» Et je me sers analogiquement des divers corrélatifs du mot *somme*.

» Ainsi, j'appelle *différence géométrique* de a' et de a, ou *excès géométrique* de a' sur a, la ligne b qui, ajoutée géométriquement à a, donne la ligne a', et j'écris

$$\bar{b} = \bar{a'} - \bar{a}.$$

» L'*accroissement* ou le *gain géométrique* d'une ligne supposée variable, sera l'excès géométrique de ce qu'elle est actuellement sur ce qu'elle a été précédemment.

» Si cette ligne r n'a varié qu'infiniment peu en grandeur et en direction, l'accroissement sera sa *différentielle géométrique*, et se désignera par

$$d\bar{r}.$$

De même un accroissement géométrique infiniment petit de la linéole dr sera d^2r.

» Si les variations successives de la ligne r se rapportent au temps t, les quotients

$$\frac{d\bar{r}}{dt}, \quad \frac{d^2\bar{r}}{dt^2},$$

portés dans les mêmes directions que les différentielles, seront les *coefficients différentiels géométriques* du premier et du deuxième ordre de r.

» Ce qui précède s'applique aux aires planes comme aux lignes droites.

La somme géométrique de plusieurs aires parallèles et équivalentes à toutes les faces d'un polyèdre hors une, sera la dernière face, vue intérieurement, si les autres sont vues extérieurement. Les deux côtés d'une même face sont deux aires géométriquement égales, au signe près.

» J'appelle *produit géométrique* d'une ligne b par une ligne a, et je désigne par

$$\bar{a}\,\bar{b}$$

l'aire obtenue en grandeur et en direction en formant un parallélogramme sur ces deux lignes tirées par un même point, la face positive étant celle où l'on voit a à sa gauche et b à sa droite : on a

$$\bar{a}\,\bar{a} = 0 \quad \text{et} \quad \bar{b}\,\bar{a} = -\,\bar{a}\,\bar{b};$$

produit géométrique d'une aire par une ligne, le volume du parallélipipède ou du prisme oblique ayant l'aire pour base, et des arêtes égales et parallèles à la ligne donnée, en regardant comme négatifs les volumes pour lesquels les arêtes sont élevées du côté négatif de la base. $\bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c}$ désignera le produit de l'aire $\bar{b}\,\bar{c}$ par la ligne $\bar{a}$.

» On peut ajouter membre à membre deux équations géométriques, soit *linéaires*, soit *aréaires*, ou les retrancher l'une de l'autre : on peut faire passer tout terme d'un membre à l'autre avec un signe contraire ; on peut différentier géométriquement tous les termes de ces équations ou les *intégrer* géométriquement entre les mêmes limites. Il est à remarquer qu'on peut même multiplier membre à membre et terme à terme toute équation géométrique par une équation géométrique de lignes : on peut multiplier l'équation produit par une équation de lignes, et ainsi de suite indéfiniment. On n'aura jamais ainsi que des équations linéaires, des équations aréaires et des équations numériques ou algébriques comme celles de volumes. Les *divisions* géométriques sont également possibles en choisissant convenablement la direction arbitraire des quotients, ou au moins de l'un d'entre eux : on peut, sous une condition analogue, multiplier une équation d'aires par d'autres équations d'aires.

» En un mot, *l'on peut soumettre les équations géométriques aux mêmes transformations et aux mêmes combinaisons que les équations algébriques.*

» Toute équation géométrique peut être convertie en équation algébrique en remplaçant chaque terme par sa projection sur une même droite si l'équation est linéaire, et sur un même plan si l'équation est aréaire.

» Les considérations qui précèdent peuvent servir à simplifier plusieurs démonstrations en géométrie. Mais on aperçoit de suite qu'elles sont surtout applicables à la mécanique. C'est géométriquement que se composent les espaces parcourus, les vitesses, les rotations, les forces. Des multiplications géométriques donnent les moments, les aires décrites, les couples, et ils se composent aussi géométriquement entre eux. On peut donc, avec nos considérations, faire sur ces quantités dirigées d'une manière quelconque dans l'espace, des raisonnements et des calculs aussi simples que ceux qu'on ferait sur des longueurs portées toutes suivant une même droite. Elles dispensent ainsi de recourir à trois projections et de poser une multitude d'équations pour arriver à un résultat souvent très-simple.

» Si r est un rayon vecteur tiré d'un point fixe à un point mobile qui parcourt une trajectoire avec une vitesse v, on a

$$\frac{\overline{d\bar{r}}}{dt} = \bar{v}.$$

Et toute la mécanique d'un point matériel est renfermée dans l'équation géométrique

$$(1) \qquad m\frac{\overline{d\bar{v}}}{dt} = \bar{\mathrm{P}} + \bar{\mathrm{P}}' + \ldots,$$

où m est la masse, et où P, P′, ... sont les forces appliquées.

» En ajoutant toutes les équations semblables pour les divers points d'un système, les forces *intérieures*, égales et opposées deux à deux, disparaissent, et on a

$$\overline{d.\overline{\Sigma m\bar{v}}} = \overline{\Sigma \bar{\mathrm{P}}\, dt},$$

équation qui exprime le principe de la *quantité totale de mouvement*, et, aussi, le principe du mouvement *du centre de gravité*, point *dont les distances à tous les points du système, partagés en masses élémentaires égales, ont une somme géométrique nulle*, et dont la vitesse est, par conséquent, égale à $\frac{\Sigma \overline{mv}}{\Sigma m}$.

» Si l'on multiplie géométriquement chaque équation (1) par le rayon vecteur r, et si l'on remarque que $\overline{d.\overline{\bar{r}\bar{v}}} = \overline{\bar{r}\,\overline{d\bar{v}}} + \overline{\overline{d\bar{r}}\,\bar{v}} = \overline{\bar{r}\,\overline{d\bar{v}}}$, on a

$$(2) \qquad m\frac{\overline{d.\overline{\bar{r}\bar{v}}}}{dt} = \Sigma\, \overline{\bar{r}\bar{\mathrm{P}}}.$$

Et si l'on fait la somme de toutes les équations semblables relatives aux divers points, on voit que les *mouvements aréaires*, dont les vitesses sont les aires $\overline{r}\,\overline{v}$, dépendent des *moments* $\overline{r}\,\overline{\mathrm{P}}$ des forces extérieures, de la même manière que les mouvements linéaires dépendent de ces forces elles-mêmes, ce qui est le *théorème des aires* dans sa plus grande généralité.

» Si l'on multiplie géométriquement la somme géométrique $\Sigma \overline{r}\,\overline{\mathrm{P}}$ des moments de forces quelconques appliquées à divers points dans l'espace, par la somme géométrique $\Sigma \overline{\mathrm{P}}$ de ces forces, les produits partiels se groupent deux à deux, et on a une somme de parallélipipèdes $\overline{\overline{r}-\overline{r}'}.\overline{\mathrm{P}}.\overline{\mathrm{P}}'$ formés sur deux forces et sur la ligne de jonction $\overline{r}-\overline{r}'$ de leurs points d'application, ce qui démontre très-simplement un théorème de M. Binet.

» Si les positions successives du point m dans l'espace sont données par sa situation relative à des repères mobiles, et par la situation de ceux-ci dans l'espace, on aura, en désignant par d_r, d_e les différentielles géométriques partielles pour les variations de ces deux sortes de situations,

$$\overline{d\overline{r}} = \overline{d_r\overline{r}} + \overline{d_e\overline{r}}.$$

Ces trois différentielles, divisées par dt, sont ce que Coriolis appelle la vitesse *absolue* v, la vitesse v_r *relative* aux repères mobiles, et la vitesse v_e d'*entraînement* avec ces repères. On a donc $\overline{v} = \overline{v}_r + \overline{v}_e$, et, en différentiant une seconde fois, $\overline{d\overline{v}} = \overline{d_r\overline{v}_r} + \overline{d_e\overline{v}_e} + 2\,\overline{d_e\overline{v}_r}$. Substituant dans (1), il vient

$$m\frac{\overline{d_r\overline{v}_r}}{dt} = \overline{\mathrm{P}} + \overline{\mathrm{P}}' + \ldots\ldots - m\frac{\overline{d_e\overline{v}_e}}{dt} - 2m\frac{\overline{d_e\overline{v}_r}}{dt}.$$

Ce qui offre une démonstration simple du théorème général de M. Coriolis, en vertu duquel les mouvements relatifs se déterminent de la même manière que les mouvements absolus, en ayant soin d'ajouter, aux forces données, deux sortes de forces dont les secondes, appelées *forces centrifuges composées*, disparaissent dans le cas particulier où l'on tire de ce théorème général une équation de forces vives, etc., etc.

» Mais les sommes, les différences et les différentielles géométriques ne servent pas seulement à abréger les démonstrations et les recherches. Elles peuvent servir, encore, si l'on veut, à exposer la Mécanique et à résoudre tous ses problèmes en ne faisant entrer, dans les raisonnements et les calculs, que ce que d'Alembert, Carnot et d'autres géomètres voyaient unique-

ment dans cette science, savoir, des combinaisons d'espace et de temps, sans parler aucunement des forces, ces causes efficientes de mouvement sur lesquelles on a tant disputé, et dont un certain nombre d'esprits positifs désapprouve l'intervention dans une science toute de faits.

» En effet, l'équation générale (1) de la mécanique d'un point matériel peut s'écrire ainsi, en remplaçant $\frac{P}{m}$, $\frac{P'}{m}$, . . ., par F, F', . . .,

$$\overline{\frac{dv}{dt}} = \overline{F} + \overline{F'} + \ldots\ldots$$

Le premier membre est un *coefficient différentiel géométrique*, que l'on peut appeler *flux géométrique* de la vitesse v, car le mot *flux*, bref, expressif et facilement compris, traduit mieux le latin *fluxio* de Newton, que le mot *fluxion*. Le second membre contient ce que l'on peut appeler des *flux géométriques partiels*, et chacun est le flux effectif de vitesse que m prendrait constamment, en vertu de *lois* particulières connues, si chacune des *circonstances de position* où il se trouve à la fois, par rapport à d'autres corps animés ou inanimés, avait lieu seule sans les autres. La loi générale de simultanéité, dont l'équation précédente est la traduction, peut être énoncée, comme l'on voit, sans recourir aux forces.

» La seconde loi générale de la Mécanique serait exprimée par l'équation géométrique

$$m F_{mm'} + m' F_{m'm} = 0,$$

où $F_{mm'}$ représente un flux géométrique partiel de vitesse du point matériel m dans la direction du point m', et $F_{m'm}$ un flux géométrique partiel de m' dans la direction de m. Cette loi peut être énoncée en disant que les flux géométriques effectifs des vitesses des points matériels sont, à chaque instant, géométriquement décomposables en lignes ou *flux partiels* dirigés vers d'autres points, et en ce que le flux partiel d'un point vers l'autre, constamment opposé au flux de celui-ci vers celui-là, lui est constamment rendu égal lorsqu'on multiplie chaque flux par un coefficient m toujours le même pour chaque point, et appelé *masse* de ce point.

» Les masses seront, ainsi, définies par des rapports inverses de flux de vitesse, sans qu'il soit question ni de forces ni de quantités de matière. Leurs grandeurs peuvent être comparées au moyen des changements de vitesse qui ont lieu lors du choc des corps, en se fondant sur l'équation qu'on vient d'écrire. Si l'on peut les comparer aussi par le pesage, il est facile d'en ren-

dre compte sans faire intervenir les forces. On peut également expliquer, sans recourir aux causes de mouvement, les *pressions* statiques, ainsi que les petites *compressions* qui les manifestent, et qui tiennent à ce que les flux partiels varient avec les distances des molécules.

» Toute la Mécanique pourrait donc être présentée en ne parlant que de choses sensibles et observables, et en invoquant, au lieu de causes ou d'autres entités métaphysiques, les *lois* générales et particulières qui peuvent être considérées comme réglant, au lieu des intensités variables des causes, les grandeurs et les directions des composantes géométriques F des flux de vitesse, ou, plutôt, des *flux partiels de mouvement* $P = mF$, car le produit mv peut continuer d'être appelé quantité de mouvement.

» On voit les usages divers que l'on peut faire, surtout en mécanique, des considérations de géométrie exposées dans ce Mémoire. »

CHIMIE. — *Recherches sur la densité de vapeur du perchlorure de phosphore; par* M. A. CAHOURS.

(Commissaires, MM. Chevreul, Dumas, Regnault.)

« M'occupant en ce moment d'un travail sur le perchlorure de phosphore, j'ai dû chercher tout d'abord à éclaircir une anomalie que présente ce composé, et qui est toute semblable à celle que m'ont offerte les différents acides du groupe acétique ainsi que quelques huiles essentielles.

» On sait, d'après les expériences de M. Mitscherlich, que la densité de vapeur du perchlorure de phosphore, prise à 185 degrés, est représentée par le nombre 4,85, ce qui conduit à conclure que la molécule de ce composé, réduite en vapeur, donne 6 volumes, mode de groupement peu probable, et qui pouvait résulter de ce que, pour cette substance, la détermination de la densité, sous forme gazeuse, avait été effectuée à une température trop rapprochée de celle de son point d'ébullition. J'ai démontré récemment, en effet, que pour certaines substances il faut se placer très-loin du point d'ébullition pour avoir une densité qui ne varie plus; en opérant ainsi, les exceptions disparaissent, et l'on trouve toujours qu'une molécule composée, réduite en vapeur, donne 2 ou 4 volumes, jamais 3 ou 6, et que ce dernier mode de groupement repose sur des circonstances purement fortuites.

» Afin d'éclaircir cette difficulté, j'ai pris la densité de vapeur du perchlorure de phosphore à diverses températures; je me suis alors assuré qu'à 140 degrés environ au delà du point d'ébullition, la vapeur de ce composé ne présente pas le mode de condensation admis par M. Mitscherlich, et qu'à

partir de ce terme, les nombres qui représentent cette densité restent constants, ainsi qu'on peut s'en assurer à l'inspection des résultats fournis par les expériences suivantes :

Première expérience.

Température de l'air..........	22°
Température de la vapeur......	190°
Excès de poids du ballon.......	0gr,837
Capacité du ballon............	316c.c.
Baromètre..................	0m,758
Air restant..................	0

D'où l'on déduit, pour la densité cherchée, le nombre 4,988.

Deuxième expérience.

Température de l'air..........	21°
Température de la vapeur......	200°
Excès de poids du ballon.......	0gr,827
Capacité du ballon............	335c.c.
Baromètre..................	0m,762
Air restant..................	1c.c.

D'où l'on déduit, pour la densité cherchée, le nombre 4,85.

» Une détermination, faite à la température de 208 degrés, m'a donné 4,73.

» Une quatrième expérience, faite à la température de 230 degrés, a donné 4,30.

Cinquième expérience.

Température de l'air..........	21°
Température de la vapeur......	250°
Excès de poids du ballon.......	0gr,544
Capacité du ballon............	358c.c.
Baromètre..................	0m,751
Air restant..................	0

D'où l'on déduit, pour la densité cherchée, le nombre 3,99.

» Une sixième détermination, faite à 274 degrés, a donné le nombre 3,84.

Septième expérience.

Température de l'air..........	18°
Température de la vapeur......	288°
Excès de poids du ballon.......	$0^{gr},439$
Capacité du ballon............	$384^{c.c.}$
Baromètre..................	$0^{m},763$
Air restant.................	0

D'où l'on déduit, pour la densité, le nombre 3,67.

» Une huitième détermination, faite à 289 degrés, m'a donné 3,69.

Neuvième expérience.

Température de l'air..........	22°
Température de la vapeur......	300°
Excès de poids du ballon.......	$0^{gr},404$
Capacité du ballon............	$364^{c.c.}$
Baromètre..................	$0^{m},765$
Air restant.................	0

D'où l'on déduit, pour la densité cherchée, le nombre 3,654.

Dixième expérience.

Température de l'air..........	18°
Température de la vapeur......	327°
Excès de poids du ballon.......	$0^{gr},234$
Capacité du ballon............	$238^{c.c.}$
Baromètre..................	$0^{m},764$
Air restant.................	$1^{c.c.},5$

D'où l'on déduit, pour la densité cherchée, le nombre 3,656.

» On peut donc établir le tableau suivant :

Températures.	Densités.	
190°	4,99	
200°	4,85	
208°	4,73	
230°	4,30	
250°	3,99	
274°	3,84	
288°	3,67	Moyenne 3,68
289°	3,69	
300°	3,654	
327°	3,656	

D'où l'on voit que le perchlorure de phosphore, comme beaucoup d'autres composés, fournit, lorsqu'on l'examine à l'état gazeux, une courbe dont les ordonnées (densités) vont en décroissant à mesure que les abscisses (températures) augmentent, jusqu'à une certaine limite à partir de laquelle elles restent constantes. Or, il résulte de l'inspection de ce nombre constant, que la molécule du perchlorure de phosphore donne 8 volumes de vapeur. En effet, on a

1 volume de vapeur de phosphore. . . .	4,420
10 volumes de vapeur de chlore.	24,420

$$\frac{28,840}{28} = 3,61$$

En considérant le perchlorure de phosphore comme formé de la réunion de 1 volume de vapeur de phosphore et de 10 volumes de chlore condensés en 8 volumes, on aurait un mode de division moléculaire qu'on n'a pas encore rencontré. D'après la manière même dont se comporte le perchlorure de phosphore avec certains agents, ne serait-il pas plus convenable de le considérer comme un composé résultant de l'union de volumes égaux de chlore et de protochlorure de phosphore avec condensation de la moitié des éléments, mode de combinaison fort ordinaire? On aurait, en effet, dans cette hypothèse,

1 volume de protochlorure de phosphore en vapeur. . . .	4,80
1 volume de chlore.	2,44

$$\frac{7,24}{2} = 3,62$$

Il doit en être très-probablement de même de la constitution du perchlorure d'antimoine, qui, comme on le sait, se décompose partiellement, à chaque distillation qu'on lui fait subir, en donnant du chlore libre et du protochlorure d'antimoine.

» Cette manière d'envisager la constitution du perchlorure de phosphore me paraît parfaitement conforme aux faits observés. Sérullas a fait voir, en effet, qu'en faisant réagir le gaz sulfhydrique sec sur ce composé, 2 molécules de chlore sont éliminées et remplacées par 2 molécules de soufre, le nouveau produit formé correspondant entièrement au perchlorure de phosphore lui-même; en effet, on a

$$\text{Ph Cl}^5 + 2\text{SH}^2 = 2\text{Cl H} + \text{Ph Cl}^3\text{S}^2.$$

» J'espère démontrer prochainement qu'on peut, dans le perchlorure de phosphore, substituer à 2 molécules de chlore d'autres corps simples ou composés, en donnant naissance à de nouveaux produits dont le groupement moléculaire est analogue.

» J'ai cru ne pas devoir attendre la fin de mon travail, encore trop peu avancé, pour publier un fait qui détruit une anomalie. Aujourd'hui que l'industrie peut fournir des tubes de verre dévitrifié qui résistent à des températures fort élevées sans éprouver de déformations, il sera curieux de prendre la densité de vapeurs de quelques corps qu'on ne peut vaporiser qu'à de très-hautes températures, notamment le soufre, et de voir si les anomalies observées persistent encore.

» Dans des expériences que j'ai tentées, il y a quelques mois, sur la densité de vapeur du soufre, j'ai obtenu, à 560 degrés, le nombre 6,47, qui diffère bien peu du nombre 6,65, trouvé par M. Dumas à la température de 525 degrés, c'est-à-dire à une température de 40 degrés environ inférieure à celle à laquelle j'ai opéré. Il serait intéressant de pouvoir déterminer bien rigoureusement cette densité, depuis 460 degrés environ jusqu'à 800 degrés, et de s'assurer si les nombres obtenus restent constants; c'est ce que je me propose de tenter dès que je pourrai m'outiller convenablement pour faire ces déterminations, qui présentent toujours d'assez grandes difficultés. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une nouvelle production d'uréthane; par* M. A. CAHOURS.

(Commission nommée pour le précédent Mémoire.)

« M. Dumas, dans ses belles recherches sur les éthers composés, nous a fait voir que l'ammoniaque à l'état gazeux formait, en agissant sur quelques-uns de ces produits, des corps remarquables constituant une famille particulière, celle des *améthanes*. Dans le cas particulier de l'éther chloroxicarbonique, la dissolution aqueuse d'ammoniaque se comporte absolument de la même manière que le gaz sec : l'action est très-vive, il y a dégagement de chaleur, production de sel ammoniac et formation d'une améthane. La réaction se passe entre 1 équivalent d'éther chloro-carbonique et 2 équivalents d'ammoniaque. On a

$$\underset{\text{Éther chloro-carbonique.}}{C^{12}H^{10}Cl^{2}O^{4}} + 2\,Az^{2}H^{6} = Cl^{2}H^{2}Az^{2},H^{6} + \underset{\text{Uréthane.}}{C^{12}H^{14}Az^{2}O^{4}}.$$

» La nouvelle substance a reçu de M. Dumas le nom d'*uréthane*, en raison de la composition qu'elle présente.

» En effet, la formule

$$C^{12}H^{14}Az^2O^4$$

peut se décomposer en

$$(\underbrace{C^2O^2, C^8H^{10}O}_{\text{Éther carbonique.}} + \underbrace{C^2O, Az^2H^4}_{\text{Urée.}}).$$

Ce qui ferait de cette matière une combinaison d'urée et d'éther carbonique. En considérant les analogies étroites qui existent entre les éthers carbonique et oxalique, ainsi que la manière dont ce dernier se comporte avec l'ammoniaque sèche, j'ai pensé que ce gaz devait encore produire de l'uréthane en réagissant sur l'éther carbonique. L'expérience a pleinement confirmé mes prévisions.

» La meilleure manière d'opérer est la suivante : on met l'éther carbonique pur avec son volume d'ammoniaque liquide dans un flacon bouché, et on abandonne l'expérience à elle-même jusqu'à ce que l'éther ait complétement disparu. En évaporant le liquide alcalin dans le vide sec, on obtient pour résidu une substance parfaitement bien cristallisée qui présente toutes les propriétés de l'uréthane, dont elle possède en outre la composition, ainsi qu'on peut s'en assurer par les analyses suivantes :

» I. $0^{gr},416$ de matière ont donné 0,303 d'eau et 0,616 d'acide carbonique.

» II. $0^{gr},379$ du même produit ont donné 53 centimètres cubes d'azote à la température de 20 degrés et sous la pression de $0^{m},758$, le gaz étant saturé d'humidité.

» Ces résultats, traduits en centièmes, donnent :

	I.	II.	Théorie.	
Carbone. . . .	40,37	»	C^{12}.	40,45
Hydrogène. . .	8,08	»	H^{14}.	7,87
Azote	»	15,96	Az^2.	15,73
Oxygène. . . .	»	»	O^4.	35,95
				100,00

» La formation de l'uréthane, au moyen de l'éther carbonique, est facile à comprendre : 1 équivalent d'hydrogène de l'ammoniaque réagit ici sur 1 équivalent d'oxygène de l'éther carbonique ; il y a production d'eau, et, par suite, d'alcool qui est éliminé. On a donc

$$2(C^2O^2, C^8H^{10}O) + Az^2H^6 = C^8H^{10}O, H^2O + C^{12}H^{14}Az^2O^4.$$

» Voilà donc un nouvel exemple d'un produit identique engendré par deux corps essentiellement différents. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

ÉCONOMIE RURALE. — *Examen de l'altération des pommes de terre; par* M. **Pouchet.**

Ce Mémoire, qui est accompagné de fort belles figures dessinées par M. Pouchet lui-même, est terminé par un résumé que nous reproduisons ici textuellement :

« Il résulte de mes observations, que l'altération morbide des tubercules présente quatre périodes :

» 1°. La production de granules bruns;

» 2°. L'altération de la membrane cellulaire et sa coloration en brun;

» 3°. Le commencement de désagrégation de la membrane cellulaire;

» 4°. La désagrégation totale de la membrane des cellules et la dispersion de la fécule.

» Il en résulte aussi que cette altération n'est pas due au développement d'un champignon, et n'est pas une sorte d'infection du tubercule, mais qu'elle est simplement une décomposition putride prématurée du tissu, analogue à celle qu'éprouvent certains fruits lorsqu'ils s'altèrent;

» Que la fécule est aussi abondante et tout aussi grasse dans le tissu altéré que dans les cellules saines.

» Relativement à cette dernière proposition, comme à l'égard de plusieurs autres, je suis donc d'accord avec MM. Payen et Decaisne, dont les observations ont croisé les miennes, car cette Note a été en partie lue, il y a déjà dix jours, au conseil général de la Seine-Inférieure.

» Quoique heureux de m'être rencontré avec ces deux savants, lorsque j'ai rédigé cette Note je n'avais pas encore pu profiter de leurs observations. »

ÉCONOMIE RURALE. — *Sur la maladie des pommes de terre, et sur les moyens de tirer parti de celles qui sont altérées; par* M. **Bouchardat.**

L'auteur résume lui-même, dans les termes suivants, les principaux résultats de ses recherches, quant à la nature de la maladie et quant aux moyens à prendre pour diminuer les dommages qu'elle cause aux cultivateurs.

« La maladie primitive des pommes de terre a été déterminée par la

mort des tiges, qui s'est étendue à la périphérie des tubercules. Cet accident a été causé par un changement brusque de température, accompagné d'un brouillard très-froid. Dans les environs de Paris, c'est dans la journée du 9 au 10 août que les pommes de terre ont été atteintes.

» Cette mort partielle a été suivie par une altération spontanée de la matière albuminoïde qui a donné aux parties envahies cette couleur fauve caractéristique, qu'on remarque sur les tubercules qui ont été privés de vie soit par la gelée, soit par une autre cause.

» Cette opinion étant admise, on n'a pas à craindre de voir le mal s'étendre à d'autres récoltes.

» Il faut arracher immédiatement les pommes de terre dont les tiges sont mortes, et utiliser le plus promptement possible les tubercules altérés.

» On peut le faire en pilant et coupant par tranches les pommes de terre altérées, enlevant la matière fauve par une macération de trente-six heures dans de l'eau contenant 3 millièmes d'acide chlorhydrique, et en desséchant au soleil. On obtient ainsi des tranches de pommes de terre qui peuvent se conserver indéfiniment et être employées à tous les usages économiques. »

ÉCONOMIE RURALE. — *Notice sur la gangrène des végétaux, et spécialement sur la maladie actuelle des pommes de terre; par* M. **Decerfz.** (Extrait.)

« J'ai, le premier, employé cette expression : *gangrène des végétaux,* pour désigner une maladie assez commune parmi les plantes d'une nature aqueuse. Cette maladie s'annonce par un point ou par une zone livide sur la tige, qui s'étend ou se multiplie sur toute la plante et amène promptement la mort, après l'avoir réduite en une sorte de putrilage fétide.

» Voici un exemple frappant de gangrène végétale : j'avais un superbe pied de balsamine dont les racines étaient plongées dans un vase constamment rempli d'eau; un jour je m'aperçus qu'elle dépérissait; ses fleurs perdaient leur éclat, ses feuilles jaunissaient, et sa tige, peu de jours auparavant vigoureuse et verticale, retombait sur les bords du vase; enfin, le lendemain, cette belle fleur était tout à fait morte. Supposant que cette gangrène végétale pouvait se communiquer par l'inoculation, je trempai la pointe d'un instrument convenable dans le putrilage, et j'en piquai une autre balsamine bien portante. Dès le lendemain, j'aperçus à l'endroit de la piqûre une tache livide de la grandeur d'un centime, ce qui m'annonçait que

l'opération avait réussi. Cette tache fit des progrès si rapides, qu'en moins de quatre jours toute la plante fut réduite en putrilage et mourut.

» C'est ce qui vient d'arriver à la pomme de terre dans beaucoup de pays, spécialement en Belgique; car, selon moi, tous les symptômes que l'on assigne à la maladie extraordinaire de ce précieux végétal caractérisent la *gangrène végétale*. Quelle autre maladie, en effet, pourrait occasionner d'aussi grands ravages? Ce n'est pas une maladie nouvelle. Ce ne peut être non plus des champignons d'une espèce parasite et microscopique qui seraient capables de détruire les récoltes d'une contrée entière. Cette cause ne pourrait produire que des effets partiels ou limités.

» La maladie dont on parle, et qui attaque simultanément des champs entiers de pommes de terre, se déclare d'abord sur les feuilles, puis sur les tiges et envahit les tubercules, qui se ramollissent, se désorganisent, et finissent par se réduire en une sorte de pulpe ou putrilage noirâtre et fétide. Ce sont bien là, assurément, les caractères que j'ai assignés à la gangrène végétale.

» Cette maladie une fois acceptée, la cause probable est facile à déterminer. Elle serait due à l'influence des circonstances atmosphériques exceptionnelles qui ont régné cette année. Il ne faut rien moins que cette grande cause des pluies torrentielles et persistantes pendant six mois pour produire simultanément la même maladie et les mêmes ravages sur une si grande étendue de terrain soumis aux mêmes influences malfaisantes.

» Les pommes de terre frappées de gangrène sont-elles propres à la nourriture des hommes et des bestiaux, ou peut-on en retirer quelque produit, étranger à la nutrition, comme le croient quelques agronomes? Je pense qu'il serait dangereux de les employer à la nourriture, même des bestiaux, et qu'il pourrait en résulter des accidents analogues à ceux que produit l'usage du seigle ergoté, c'est-à-dire la gangrène sèche ou l'ergotisme.

» J'ai été à même d'observer plusieurs fois, mais partiellement, dans nos climats, cette maladie de la pomme de terre, et je l'ai toujours assimilée à la gangrène que j'ai appelée *végétale*. »

(Ces trois communications sont renvoyées à l'examen d'une Commission composée de MM. Gaudichaud, Boussingault et Payen.)

MM. Ledoyen et Raphanel prient l'Académie de vouloir bien charger une Commission d'examiner un *procédé de désinfection* dont ils sont inventeurs.

(Commissaires, MM. Payen, Boussingault, Balard.)

M. **Mallet** adresse un Mémoire sur l'*épuration du gaz de la houille,* Mémoire destiné au concours pour le prix concernant les Arts insalubres.

(Commission des Arts insalubres.)

M. **Cipri**, de Palerme, soumet au jugement de l'Académie plusieurs Mémoires écrits en italien et relatifs à diverses questions de physique et de mécanique appliquées.

(Commissaires, MM. Dupin, Cauchy, Piobert.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** invite l'Académie à lui présenter, conformément à la décision du 23 octobre 1840, une liste de deux candidats, pour la chaire de pharmacie vacante à l'École de pharmacie de Strasbourg, par suite de la démission de M. *Nestler*.

(Renvoi aux Sections de Physique et de Chimie.)

M. **Jomard** fait hommage à l'Académie d'un exemplaire du *Voyage au Dârfour,* traduit de l'arabe, du cheykh **Mohammed Ebn-Omar El-Tounsy**, par le docteur **Perron**; ouvrage accompagné de cartes et de figures, et précédé d'une préface contenant des remarques sur la région du Nil-Blanc supérieur, par M. *Jomard,* et d'un vocabulaire de la langue du Dârfour.

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Sur l'éclairage des mines au moyen de la lampe électrique.* (Lettre de M. **de la Rive** à M. *Boussingault*.)

« Je vois par le *Compte rendu des séances de l'Académie,* que vous vous êtes occupé de rechercher les moyens d'employer la pile voltaïque à éclairer les mineurs. Ce sujet m'occupe aussi depuis longtemps. J'ai fait plusieurs tentatives qui n'ont pas toutes été également heureuses; mais dernièrement j'ai eu plus de succès, et je suis sur la voie d'un procédé que je crois être à la fois économique et fort commode. La pile que j'emploie est formée de plusieurs cylindres concentriques en *cuivre* ou en *platine,* séparés les uns des autres par des cylindres poreux, de manière à former quatre à cinq couples en série ; le métal positif est un amalgame de zinc liquide, et encore mieux un amalgame de potassium ; le liquide est une solution de sulfate de cuivre,

dans le cas où le métal négatif est le cuivre, et de chlorure de platine dans le cas où c'est le platine.

» Une des plus grandes difficultés, c'est d'avoir de la constance dans la lumière. Je n'y suis pas encore parfaitement parvenu; toutefois j'ai déjà beaucoup gagné en employant des petits cylindres creux et minces de coke, analogues à ceux qu'on emploie dans les piles de Bunsen, sauf que leurs dimensions sont beaucoup moindres, et en disposant ces cylindres comme les mèches dans une lampe. Un anneau ou un disque épais en métal, de même diamètre que le cylindre de charbon, est disposé au-dessus de celui-ci, de façon que le courant électrique s'échappe entre eux deux. Il faut avoir soin que le courant aille du cylindre de charbon qui est au-dessous, au conducteur métallique qui est au-dessus, afin que les particules de charbon, transportées de bas en haut, retombent par leur propre poids. Le tout, c'est-à-dire le cylindre de charbon et les ajutages métalliques qui le portent, ainsi que l'anneau ou le disque qui servent de conducteur, est placé dans un petit ballon de verre fermé hermétiquement. Il n'est pas nécessaire d'y faire le vide, parce que le peu d'oxygène qui y est renfermé est bien vite absorbé par le charbon incandescent; mais il faut avoir soin que toute communication avec l'air extérieur soit bien interceptée. Quant à la pile, on l'ajuste en dehors du ballon à deux tiges métalliques qui communiquent, l'une avec le cylindre de charbon, l'autre avec le conducteur métallique. On peut la changer ou la charger de nouveau, sans rien déranger à l'arrangement intérieur.

» Suivant la force de la pile, il est bon d'employer deux pointes ou deux cylindres de charbon, plutôt qu'un seul à un conducteur métallique. La préparation du charbon a aussi une grande importance; j'ai fait plusieurs essais sur ce point, et je ne suis pas encore complétement fixé. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques propriétés de l'asparagine.* (Extrait d'une Lettre de M. **Piria** à M. *Dumas*.)

« J'ai continué mes recherches sur l'asparagine, et j'ai eu l'occasion de confirmer mes anciens résultats sur sa conversion en acide succinique. J'ai trouvé, en outre, qu'elle déplace l'acide acétique de sa combinaison avec l'oxyde de cuivre, quand on le chauffe à la chaleur de l'ébullition avec une dissolution aqueuse d'acétate de cuivre. Il se forme alors un précipité cristallin de couleur bleu d'outre-mer qui renferme $C^8 Az^2 H^7 CuO^6$. Par l'hydrogène sulfuré, on peut en séparer de nouveau l'asparagine jouissant de toutes ses propriétés.

» Voilà un fait plus important : l'asparagine et l'acide aspartique sont deux amides de l'acide malique. L'asparagine et l'acide aspartique sont à l'acide malique ce que l'oxamide et l'acide oxamique sont à l'acide oxalique. Si on double les formules de cette dernière série, on aura en effet :

$$\begin{array}{rl} C^4\,Az^2\,H^8\,O^8 & \\ -\,H^4\,O^4 & = \text{oxalate d'ammoniaque ;} \\ \hline C^4\,Az^2\,H^4\,O^4 & = \text{oxamide.} \\ C^4\,Az\;H^5\,O^8 & \\ -\,H^2\,O^2 & = \text{bioxalate d'ammoniaque ;} \\ \hline C^4\,Az\;H^3\,O^6 & = \text{acide oxamique libre ;} \\ C^8\,Az^2\,H^{12}\,O^{10} & \\ -\,H^4\,O^4 & = \text{malate d'ammoniaque ;} \\ \hline C^8\,Az^2\,H^8\,O^6 & = \text{asparagine (malamide) ;} \\ C^8\,Az\;H^9\,O^{10} & \\ -\,H^2\,O^2 & = \text{bimalate d'ammoniaque ;} \\ \hline C^8\,Az\;H^7\,O^8 & = \text{acide aspartique libre.} \end{array}$$

» L'acide aspartique, en effet, et l'asparagine, se décomposent très-facilement, et à la température ordinaire, au contact de l'acide nitreux. Il se dégage de l'azote pur et il reste de l'acide malique dans la liqueur. L'acide très-déliquescent signalé par M. Liebig dans le traitement de l'asparagine ou de l'acide aspartique par l'acide chlorhydrique concentré, n'est autre chose que de l'acide aspartique retenant quelque trace d'acide chlorhydrique, ce qui le rend excessivement soluble et déliquescent.

» Je regrette de ne pas pouvoir vous annoncer en même temps la synthèse de l'asparagine, comme l'analogie avec l'oxamide semble l'indiquer ; mais jusqu'ici je n'ai pu me procurer de l'acide malique, et j'attends la saison favorable pour en préparer.

» J'ai obtenu encore des produits remarquables avec l'urée : d'abord, une combinaison cristallisée avec le sublimé corrosif. Celle-ci donne avec la potasse un précipité blanc qui semble correspondre à l'*amide*, et, chose remarquable, il fait explosion quand on le chauffe, comme l'amidure de mercure. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *De l'action des sels ammoniacaux sur la récolte de la pomme de terre, et observation concernant l'influence de la température sur le développement des tubercules ; par* M. **Bouchardat.**

« J'ai fait un grand nombre d'expériences ayant pour but d'apprécier les

effets des sels ammoniacaux sur les plantes utiles, j'espère être bientôt en mesure de les communiquer à l'Académie; en attendant, je vais en extraire ce qui est relatif à la pomme de terre.

» Dans deux caisses, contenant la même quantité de terre et soumises à la même exposition, j'ai planté des pommes de terre égales en poids; j'en ai mis de deux variétés différentes (jaune et vitelotte). J'ai arrosé une de ces caisses exclusivement avec de l'eau; l'autre a été arrosée chaque semaine avec une dissolution à un centième de chlorhydrate d'ammoniaque. Je n'ai remarqué aucune différence dans la force de la végétation dans les deux caisses; et quand l'époque de la récolte est venue, la quantité de tubercules fournie par les deux pieds de la variété jaune était à très-peu de chose près égale en poids. L'influence du sel ammoniac a donc été nulle.

» Les deux pieds de vitelotte n'ont donné aucun tubercule; ils se sont développés uniquement et outre mesure en tiges et en feuilles. Si j'avais opéré seulement avec la dissolution de sel ammoniac, j'aurais pu être trompé et attribuer à cette dissolution l'absence des tubercules; mais les choses se passèrent exactement de même avec l'eau et avec la dissolution de sel ammoniac. Je ne puis attribuer ce défaut de développement des tubercules qu'à la température plus élevée de la terre contenue dans des caisses exposées au midi. Cette observation est remarquable, parce qu'on voit deux variétés de pommes de terre se conduire si différemment, quoique soumises exactement aux mêmes influences : l'une a fourni d'abondants tubercules, l'autre n'en a pas donné du tout. »

CHIMIE. — *Note sur l'absorption de l'émétique et l'élimination de l'antimoine par les urines; par* MM. **Millon** *et* **Laveran**.

« Dans la séance du 12 août 1844, nous avons eu l'honneur de soumettre à l'attention de l'Académie quelques recherches sur l'absorption des médicaments, et sur leur élimination par l'urine. Depuis ce premier travail, nous sommes restés dans la même voie d'observation, espérant découvrir des indications utiles lorsque nous rapprocherions, jour par jour, autant que l'observation médicale et l'analyse chimique le permettent, les transformations éprouvées par les médicaments, les circonstances physiologiques de leur absorption, le temps et la durée de leur élimination par les urines.

» Nous présenterons prochainement les résultats que nous avons obtenus en appliquant cette méthode à l'administration de l'émétique. Aujourd'hui nous détachons de l'ensemble de notre travail un fait particulier qui s'est

présenté dans les rapports de l'organisme avec ce médicament. Ce fait intéresse surtout un point fort important des recherches toxicologiques.

» Dans une série d'observations nombreuses où nos malades ont pris une fois ou deux au plus du tartre stibié, à la dose ordinaire de 1 décigramme, laquelle s'élevait quelquefois, mais exceptionnellement, à 3 décigrammes, nous avons reconnu d'abord que l'antimoine se retrouvait constamment dans les urines. L'élimination du métal avait été tardive dans plusieurs cas; nous avons été conduits de la sorte à suivre son passage dans l'urine, non-seulement plusieurs jours après l'ingestion, mais encore plusieurs jours après qu'il avait cessé de se montrer dans l'urine. Nous avons vu ainsi l'antimoine reparaître, suivre une véritable intermittence dans son élimination, et séjourner dans l'économie animale au delà de toute prévision.

» La guérison des malades et leur sortie de l'hôpital s'opposent à ce que nous donnions comme absolu le temps durant lequel l'antimoine s'installe et se fixe dans nos organes. Néanmoins, chez deux malades, nous avons pu le retrouver vingt-quatre jours après l'administration. L'un de ces deux malades ayant succombé à une phthisie ancienne, retenait de l'antimoine métallique qui a été constaté dans son foie, soumis à l'analyse chimique. Nous avons relevé encore sur notre registre d'expériences un cas dans lequel l'antimoine a été reconnu dans l'urine après vingt jours; deux autres cas, après dix-neuf jours; trois cas après seize, dix-sept et dix-huit jours.

» Le désir de faciliter les recherches que ces premiers faits peuvent provoquer, nous décide à indiquer de suite le procédé que nous avons mis en usage pour constater la présence de l'antimoine. Nous ajoutons 10 centimètres cubes d'acide hydrochlorique pur et fumant à 1 décilitre d'urine; nous mélangeons les deux liquides avec une petite lame d'étain décapé qui reste plongée dans l'urine acide. L'étain noircit au bout de quelques heures si l'antimoine est abondant; mais il faut attendre trois et quatre jours lorsque la quantité d'antimoine est minime. La température ordinaire suffit, mais le dépôt se fait sensiblement plus vite lorsque les journées sont chaudes. On doit plonger une lame neuve d'étain dans chaque urine nouvelle, sous peine de voir reparaître, malgré le nettoyage et le décapage de la lame, l'antimoine provenant d'une précipitation antérieure.

» Avant d'abandonner ce fait de permanence, nous ajouterons que les intermittences qui se font remarquer dans l'élimination de l'antimoine sont plus longues à mesure qu'on s'éloigne davantage du moment de l'administration. L'intervalle, qui ne dépasse pas un, deux ou trois jours dans le début, dure six et sept jours lorsque l'ingestion date de huit ou dix jours. Le séjour de l'an-

timoine est encore sensiblement prolongé lorsque la dose a été répétée deux fois. C'est dans cette dernière circonstance que nous avons constaté la présence du métal après vingt-quatre jours. A quelles limites arrivera-t-on lorsque les organes auront reçu de l'arsenic qui, de l'aveu de tous les toxicologistes, est éliminé plus lentement que l'antimoine? lorsque, au lieu d'une dose faible et répétée deux fois au plus, la quantité du médicament ou du poison aura été forte et l'administration réitérée?

» Le fait de l'intermittence a fixé toute notre attention; nous ne sommes pas sans quelque espoir d'établir des rapprochements assez étendus entre cette marche particulière de l'élimination d'un métal que l'analyse chimique constate, et la marche intermittente toute parallèle de plusieurs phénomènes fréquents en pathologie et encore fort obscurs. Mais c'est en produisant et résumant tous les faits qui se rattachent au passage de l'antimoine dans l'économie et à son élimination, que nous serons en droit d'élever cette discussion. »

M. **Deleau** communique les résultats de quelques observations qu'il a faites relativement à la *maladie des pommes de terre :* suivant lui, les tubercules précoces auraient été plus affectés que ceux qui n'atteignent leur parfaite maturité qu'en octobre.

M. **Fraysse** adresse, de Privaz, le tableau des *observations météorologiques* du mois d'août 1845, et signale l'omission des indications des maximum et des minimum de températures, omission due au dérangement de l'index de son thermomètre.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

La séance est levée à 5 heures. F.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres:

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 2e semestre 1845; n° 10; in-4°.

Voyage au Dârfour, par le cheykh MOHAMMED EBN-OMAR EL-TOUNSY, *traduit de l'arabe par* M. le docteur PERRON, directeur de l'Ecole de Médecine du Kaire, *publié par les soins de* M. JOMARD, membre de l'Institut; *précédé d'une préface contenant des remarques sur la région du Nil-Blanc, par* M. JOMARD. Paris, 1845; in-8.

Traité pratique des maladies de l'Enfance, fondé sur de nombreuses observations cliniques; par M. BARBIER; 2 vol. in-8°. (Cet ouvrage est adressé pour le concours Montyon.)

De l'influence des lieux marécageux sur le développement de la Phthisie et de la Fièvre typhoïde à Rochefort; par M. LEFÈVRE; brochure in-8°.

Société d'Agriculture, Sciences et Arts de l'arrondissement de Valenciennes. — Rapport sur l'épidémie des pommes de terre; par M. DEFFAUX; broch. in-8.

Réflexions sur les moyens employés, jusqu'à ce jour, pour le redressement des Dents, suivies de la description d'un procédé nouveau, par M. GRANDHOMME, chirurgien dentiste; in-8°.

Journal de Pharmacie et de Chimie; septembre 1845; in-8°.

Annales médico-psychologiques; par MM. BAILLARGER, CERISE *et* LONGET; septembre 1845; in-8°.

Revue botanique; par M. DUCHARTRE; 2e livraison; août 1845; in-8°.

Journal de la Société de Médecine pratique de Montpellier; septembre 1845; in-8°.

Journal des Usines et des Brevets d'invention; par M. VIOLLET; août 1845; in-8°.

Journal de Médecine; septembre 1845; in-8°.

L'Abeille médicale; septembre 1845; in-4°.

Bulletin des Académies; septembre 1845; in-4°.

Bulletin et Annales de l'Académie d'Archéologie de Belgique; année 1845, t. II, 4e livraison; in-8°.

De la structure des Dents, de l'action pernicieuse exercée par le mercure sur ces organes; par M. TALMA. Bruxelles, 1845; in-8°.

Third Bulletin... *Troisième Bulletin des travaux de l'Institut national pour le progrès des sciences.* Washington, 1845; in-8°.

Astronomische... *Nouvelles astronomiques de* M. SCHUMACHER; n° 545.

Nachrichten... *Compte rendu des travaux de l'Université et de l'Académie royale des Sciences de Gœttingue;* n° 2; in-16.

Denkrede... *Notice historique sur* CHARLES-FRÉDÉRIC DE KIELMEYER, *lue dans la séance publique de l'Académie des Sciences de Bavière*, le 8 mars 1845, *par* M. K.-F.-PH. DE MARTIUS. (Extrait de la *Gazette littéraire*, 1845; in-4°.)

Memoria... *Mémoire sur les effets physiques, chimiques et physiologiques produits par les alternatives des courants d'induction de la machine électro-magnétique de Callan; par* M. ZANTEDESCHI. Venise, 1844; in-4°.

Descrizione... *Description d'une machine à disque, mue par la double électricité, et des expériences faites à l'aide de cette machine, comparées à celles faites avec l'électro-moteur de Volta; par* le même; in-4°.

Della tramutazione... *Des changements de couleur des lames minces, du système de la réflexion, et de ceux de la transmission; par* M. A. FUSINIERI. Vicence, 1844; in-4°.

Della trisezione... *De la trisection de l'angle; par* M. A. DE PACE. Bari, 1845; in-8°.

Gazette médicale de Paris; tome XIII, 1845; n° 37; in-4°.

Gazette des Hôpitaux; n°s 105-107; in-fol.

Echo du monde savant, n°s 15-18.

La réaction agricole, n°s 63 et 64.